

GAUSS-LAGUERRE AND GAUSS-HERMITE QUADRATURE ON 64, 96 AND 128 NODES

RICHARD J. MATHAR

ABSTRACT. The manuscript provides tables of abscissae and weights for Gauss-Laguerre integration on 64, 96 and 128 nodes, and abscissae and weights for Gauss-Hermite integration on 96 and 128 nodes. [vixra:1303.0013]

1. GAUSS-LAGUERRE

We tabulate abscissae x_i and weights w_i for Gauss-Laguerre integration of the form

$$(1.1) \quad \int_0^\infty f(x)e^{-x} dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i).$$

The objective is to extend the tables provided for up to $n = 15$ in the Handbook [1, Tabl 25.9][11], up to 32 points by Krylov [6] and for $n = 50$ in my thesis [8] to higher numbers of nodes. The abscissae are the zeros of Laguerre Polynomials, which are [1, 22.3.9]

$$(1.2) \quad L_n(x) = L_n^{(0)}(x) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \frac{1}{i!} (-x)^i.$$

The weights are related to the derivatives at these nodes [10],

$$(1.3) \quad w_i = \frac{1}{x_i [L_n(x_i)]' ^2}.$$

Shao, Chen and Frank provide the Newton iteration to converge on the roots x_i of generalized Laguerre Polynomials $L_n^{(\alpha)}(x)$ [12, 5, 17]:

$$(1.4) \quad x_i \rightarrow x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\alpha + 1}{x_i} \right) \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \right]$$

and the terminating continued fraction

$$(1.5) \quad \frac{L_n^{(\alpha)}(x)}{L_n^{(\alpha)'}(x)} = \frac{x}{n-} \frac{(n+\alpha)n}{2n+\alpha-1-x-} \frac{(n-1+\alpha)(n-1)}{2n+\alpha-3-x-} \frac{(n-2+\alpha)(n-2)}{2n+\alpha-5-x-} \dots \frac{(1+\alpha)}{1+\alpha-x}.$$

Date: March 18, 2024.

2010 Mathematics Subject Classification. Primary 41A55, 65A05; Secondary 65D30.

Key words and phrases. Gaussian Integration, Tables, Laguerre Polynomials.

2. GAUSS-HERMITE

We also tabulate abscissae x_i and weights w_i for Gauss-Hermite integration of the form

$$(2.1) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-x^2} dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i).$$

The objective is to extend the tables provided by Steen et al. up to $n = 15$ [14], by Shizgal up to $n = 16$ [13], by Krylov and in the Handbook [1, Table 25.9][6] up to $n = 20$, and by Shao, Chen and Frank [12] up to $n = 64$. The abscissae are the zeros of Hermite Polynomials, which are [1, 22.3.10]

$$(2.2) \quad H_n(x) = n! \sum_{i=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \frac{(-1)^i}{i!(n-2i)!} (2x)^{n-2i}.$$

The weights are related to the derivatives at these nodes [1, 25.4.46],

$$(2.3) \quad w_i = \frac{2^{n-1} n! \sqrt{\pi}}{[nH_{n-1}(x_i)]^2} = \frac{2^{n+1} n! \sqrt{\pi}}{[H'_n(x_i)]^2}.$$

The first order Newton iteration to stabilize the roots x_i is

$$(2.4) \quad x_i \rightarrow x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)},$$

and the supporting terminating continued fraction [15] is

$$(2.5) \quad \frac{H_n(x)}{H'_n(x)} = \frac{1}{2n} \frac{H_n(x)}{H_{n-1}(x)} = \frac{1}{2n} \left[2x - \frac{2(n-1)}{2x-} \frac{2(n-2)}{2x-} \dots \frac{2}{2x} \right].$$

3. GAUSS-HERMITE OF MOMENTS

The w_i and x_i for integrations for the m -th moment of the form

$$(3.1) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^m e^{-x^2} dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i)$$

with integer m are computed with the standard theory from roots of a system of orthogonal polynomials p_n with norm [3, 7, 16]

$$(3.2) \quad \langle f, g \rangle \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x)x^m e^{-x^2} dx$$

and moments μ [1, 6.1.12]

$$(3.3) \quad \mu_n \equiv \int_{-\infty}^{\infty} x^{n+m} e^{-x^2} dx = \begin{cases} 0, & n+m \text{ odd;} \\ \Gamma\left(\frac{n+m+1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \frac{(n+m-1)!!}{2^{(n+m)/2}}, & n+m \text{ even.} \end{cases}$$

The following subsections summarize the known results [12]. m is always assumed to be a positive even integer—for odd m the weight function is not always positive over the base interval and the standard theory is not applicable.

3.1. Generalized Hermite Polynomials. The set of orthogonal (monic) polynomials $p_n(x)$ is bootstrapped from

$$(3.4) \quad p_0(x) = 1; \quad p_1(x) = x; \quad p_{n+1}(x) = (x - a)p_n(x) - b_n p_{n-1}(x);$$

$$(3.5) \quad b_n = \begin{cases} n/2; & n \text{ even} \\ (m+n)/2. & n \text{ odd.} \end{cases}$$

The vanishing of the moments μ_n at odd indices induces

- that the general term on the right hand side $x - a$ reduces to x ,
- a parity $p_n(x) = (-1)^n p_n(-x)$.

The first of the orthogonal monic polynomials are for $m = 2$

$$(3.6) \quad p_2 = x^2 - \frac{3}{2};$$

$$(3.7) \quad p_3 = x^3 - \frac{5}{2}x;$$

$$(3.8) \quad p_4 = x^4 - 5x^2 + \frac{15}{4};$$

$$(3.9) \quad p_5 = x^5 - 7x^3 + \frac{35}{4}x;$$

$$(3.10) \quad p_6 = x^6 - \frac{21}{2}x^4 + \frac{105}{4}x^2 - \frac{105}{8};$$

$$(3.11) \quad p_7 = x^7 - \frac{27}{2}x^5 + \frac{189}{4}x^3 - \frac{315}{8}x;$$

$$(3.12) \quad p_8 = x^8 - 18x^6 + \frac{189}{2}x^4 - \frac{315}{2}x^2 + \frac{945}{16},$$

for $m = 4$

$$(3.13) \quad p_2 = x^2 - \frac{5}{2};$$

$$(3.14) \quad p_3 = x^3 - \frac{7}{2}x;$$

$$(3.15) \quad p_4 = x^4 - 7x^2 + \frac{35}{4};$$

$$(3.16) \quad p_5 = x^5 - 9x^3 + \frac{63}{4}x;$$

$$(3.17) \quad p_6 = x^6 - \frac{27}{2}x^4 + \frac{189}{4}x^2 - \frac{315}{8};$$

$$(3.18) \quad p_7 = x^7 - \frac{33}{2}x^5 + \frac{297}{4}x^3 - \frac{693}{8}x;$$

$$(3.19) \quad p_8 = x^8 - 22x^6 + \frac{297}{2}x^4 - \frac{693}{2}x^2 + \frac{3456}{16},$$

and for $m = 6$

$$(3.20) \quad p_2 = x^2 - \frac{7}{2};$$

$$(3.21) \quad p_3 = x^3 - \frac{9}{2}x;$$

$$(3.22) \quad p_4 = x^4 - 9x^2 + \frac{63}{4};$$

$$(3.23) \quad p_5 = x^5 - 11x^3 + \frac{99}{4}x;$$

$$(3.24) \quad p_6 = x^6 - \frac{33}{2}x^4 + \frac{297}{4}x^2 - \frac{693}{8};$$

$$(3.25) \quad p_7 = x^7 - \frac{39}{2}x^5 + \frac{429}{4}x^3 - \frac{1287}{8}x;$$

$$(3.26) \quad p_8 = x^8 - 26x^6 + \frac{429}{2}x^4 - \frac{1287}{2}x^2 + \frac{9009}{16}.$$

These are conveniently written down separately for even and odd polynomial orders as

$$(3.27) \quad p_{2n} = (-)^n n! L_n^{(m/2-1/2)}(x^2);$$

$$(3.28) \quad p_{2n+1} = (-)^n n! x L_n^{(m/2+1/2)}(x^2).$$

3.2. Abscissae and Weights. The standard further steps are

- normalization of the polynomials such that their norm is unity,

$$(3.29) \quad p_n^*(x) \equiv \frac{p_n(x)}{\sqrt{\langle p_n, p_n \rangle}},$$

- computation of all zeros x_i of $p_N(x)$ at some degree N .
- computation of the weights w_i by

$$(3.30) \quad w_i = -\frac{[x^{N+1}]p_{N+1}^*}{[x^N]p_N^*} \frac{1}{p_{N+1}^*(x_i)p_N^{*'}(x_i)} = -\frac{\langle p_N, p_N \rangle}{p_{N+1}(x_i)p_N'(x_i)},$$

where $[x^{N+1}]p_{N+1}^*$ and $[x^N]p_N^*$ are the leading coefficients of the two polynomials after normalization, and where the prime at p' denotes the derivative with respect to x .

The final table shows in each line a pair (x_i, w_i) for N fixed at 96 or 128. Because the p_n are even or odd in our case, the x_i emerge in pairs of the same weight; only the non-negative values need to be shown.

4. GAUSS-LEGENDRE

The Gauss-Legendre abscissae and weights approximate integrals of the form

$$(4.1) \quad \int_0^1 x^m f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i).$$

The abscissae are the roots of the polynomials [1, 25.4.33]

$$(4.2) \quad q_n(x) = \sqrt{m+2n+1} P_n^{(m,0)}(1-2x)$$

where P are the Jacobi polynomials. The weights are

$$(4.3) \quad w_i = \frac{1}{\sum_{j=0}^{n-1} [q_j(x_i)]^2}.$$

The data are tabulated in [1, Table 25.4] (albeit with a different abscissa convention scaled to the interval $[-1, 1]$ [4]) for $m = 0$ and $n \leq 96$ and in [1, Table 25.8][2] for $m \leq 5$ and $n \leq 8$. Our results cover $1 \leq m \leq 5$ with denser abscissae sets $n \leq 48$.

5. RESULTS

First the x_i and then the associated w_i are shown for the Gauss-Legendre quadrature, then for the Laguerre polynomials. For Hermite polynomials, the duplicates with the opposite sign are not reproduced.

The originating Maple program is shown in the appendix.

Legendre n=8 m=1

4.463395528996985073312102185831e-02 3.295191442248798854742316011089e-03
 1.443662570421455714852185202282e-01 1.784290265598620839355279720104e-02
 2.868247571444305189486862397491e-01 4.543931950469889808305542109569e-02
 4.548133151965733509677277700468e-01 7.919959949231916012040818935989e-02
 6.280678354167276975691460395174e-01 1.060473594359300107045310964112e-01

 7.856915206043692416424587324183e-01 1.125057994708873661717720986043e-01
 9.086763921002060439962585419255e-01 9.111902363637362634572246178288e-02
 9.822200848526365481867948989623e-01 4.455080436155593132621561953396e-02

Legendre n=8 m=2

7.149103504009310279898138215077e-02 4.685177840346972557899425323133e-04
 1.842282964167162392452482130241e-01 4.474521713014407995756521003284e-03
 3.304477281756385481698854894456e-01 1.724686378023498280424365577486e-02
 4.944029218155108280599381349939e-01 4.081442638854402318646159615215e-02
 6.583480085227977797270377378376e-01 6.844718342165327224702720061085e-02

 8.045248315112600826757333904694e-01 8.528476917193876520944122626519e-02
 9.170993825143488972996336466196e-01 7.681809326722262480450673506829e-02
 9.839022404480789664679864499034e-01 3.977895780669055983010645592640e-02

Legendre n=8 m=3

9.900175771007289230753400520209e-02 1.024600780198241549778661790058e-04
 2.212435073497960360049115235251e-01 1.485684083323171069478241223511e-03
 3.691239000121650692043422160483e-01 7.855073841294832768686262656409e-03
 5.285454312019047829871006410423e-01 2.363158066838971821680204667028e-02
 6.839932484316188146538561667020e-01 4.745437981160994371073626052594e-02

 8.202839496785548812283811828177e-01 6.736183939252973998025738655432e-02
 9.240937128989023308023510965159e-01 6.618203532160184777823149603676e-02
 9.852934400854062454431021155148e-01 3.592694680323092232083044015378e-02

Legendre n=8 m=4

1.263729743783683245975038579294e-01 2.970923037907399007683436035518e-05
 2.555290520782339065253754953039e-01 5.989500376219939708365710991244e-04
 4.036412988938372584443225895693e-01 4.077924135342472761698316553094e-03
 5.583166757897939227445278425185e-01 1.490993345043845006334936779254e-02

7.060095428828391539065863347874e-01 3.471995066079742778358868432897e-02

8.336715420387396128159157465271e-01 5.491009729116093558705890237972e-02

9.299957160526792457979254466176e-01 5.800056526796985998330703254897e-02

9.864631978855085751678426867468e-01 3.275286992628978586008429093722e-02

Legendre n=8 m=5

1.531506616095463118056446614145e-01 1.053164462071081947861935802988e-05

2.872644038839035738480154456331e-01 2.783586149953307850055565114605e-04

4.346274066992901056447762829142e-01 2.335341500254486009265849578129e-03

5.845185665631612792784071051735e-01 1.004461438824436959215276147217e-02

7.251264097133869381064137697774e-01 2.648530111774488560731920220874e-02

8.451894879311451016759463234527e-01 4.588565320111987335113225084106e-02

9.350435074560832728232940060313e-01 5.153422383161150082830123873445e-02

9.874605085244357977698833579843e-01 3.009264236807550967401118796263e-02

Legendre n=16 m=1

1.264697937395838196884409683210e-02 2.674936650555361768176261622607e-04

4.197558230952454545504065544571e-02 1.567188473595819703072400696405e-03

8.689162346285872537041445329673e-02 4.539232386138635068221111178613e-03

1.458618522247893663348863161807e-01 9.534167884665936654966963820773e-03

2.168774460351319161478182174379e-01 1.653958435563579350122524208310e-02

2.975198620749589555451930244624e-01 2.515923310647004058565395749692e-02

3.850428481235104825103591661809e-01 3.464781657928579910308487787373e-02

4.764658839748316794825298349243e-01 4.399738218924392317348141730449e-02

5.686756564043746249164077304173e-01 5.206413784380658375497335218927e-02

6.585320724521769313741007020613e-01 5.771887960926782361768199546797e-02

7.429751921548291400770557604407e-01 6.000085488811350705538594200217e-02

8.191294403421163337524266087443e-01 5.825424020985583537930177942239e-02

8.844015624201840598210763717526e-01 5.222859440395914736350967889303e-02

9.365690544161632545074717772293e-01 4.212943115742828475751574054188e-02

9.738564863186059480214506766195e-01 2.861245259014314935755806898742e-02

9.950027003362280789573488503985e-01 1.273931065733418474754984587958e-02

Legendre n=16 m=2

2.139356250130298742719908621872e-02 1.277841056969350124416206228706e-05

5.677571428775440647454933760704e-02 1.375781039755517524695952790657e-04

1.063140254511959811851303012318e-01 6.344599995688368680108489684964e-04

1.684441169735380481107936451759e-01 1.923531926066774227382439853563e-03

2.411747420508585866457205946489e-01 4.494848851479858883206639760816e-03

3.221700825854391886974872273585e-01 8.747545495612069974580150639128e-03

4.088276146834969110292394812237e-01 1.480377665775173834023925099770e-02

4.983624438468124062998695676492e-01 2.235718564952993022333473426364e-02

5.878970358831404030827157863775e-01 3.061203791783760954194883440796e-02

6.745537899758703851731631480982e-01 3.834804695118595567358269091029e-02

7.555475682554886226979234383972e-01 4.411265767589937111391137408932e-02

8.282752405169978920969258220873e-01 4.650623939736265879701252110033e-02

8.903993907412293971321024153805e-01 4.449657347254321497615104958771e-02
 9.399235622833620077247577446719e-01 3.768582468191857283331508144431e-02
 9.752570323805650154873965437305e-01 2.646084251733952704043726456456e-02

9.952723128770654077938493895549e-01 1.199940562469196958650669540414e-02

Legendre n=16 m=3

3.114536404084258307373491230042e-02 1.028377221133094105940580087946e-06
 7.187741249810337126798681157411e-02 1.756865414838392559730832949548e-05
 1.253580174850974274677074405005e-01 1.169996844343906806725982039175e-04
 1.900733115349448769572374319663e-01 4.787180608338099700093366146994e-04
 2.640824403555404386948681265366e-01 1.435239949070306410372068477115e-03

3.451454291754434567132178649255e-01 3.444850971023540274447552258453e-03
 4.308029679768521535947051558301e-01 6.963583175044939481661603051413e-03
 5.184542480733442743710557207441e-01 1.223029180833709746507790955128e-02
 6.054370447361182575794859891866e-01 1.903277814555125037542354018135e-02
 6.891090328824505022040114108081e-01 2.655764809751629271279985735743e-02

7.669282677206410591850789463866e-01 3.341965356180267690311102374325e-02
 8.365305245243812950799725331753e-01 3.791263719011888072543660029047e-02
 8.958012132708912724716883824178e-01 3.844065554945754308780367238077e-02
 9.429397649610542059723090141731e-01 3.400737054966000376761091369304e-02
 9.765149296161797717645270137493e-01 2.460038170368019336505623677160e-02

9.955143168624007678881275314400e-01 1.134059452209955776081383851564e-02

Legendre n=16 m=4

4.162601124785894235799816370068e-02 1.188431697660918652450734539075e-07
 8.710481976764342389049593444035e-02 2.955385031004623642656314761398e-06
 1.439563770905802622811172604398e-01 2.667815513120001326420030818535e-05
 2.107799676160688251245045409796e-01 1.405670307453805514561870735619e-04
 2.857114379111094138063609696794e-01 5.217066170216250445839878308293e-04

3.666162691775262028072383545478e-01 1.501781385255889800047900136441e-03
 4.511763901838653928080727793778e-01 3.546321505843669037129887031264e-03
 5.369639566319510186468129726164e-01 7.114558455137123972675193901560e-03
 6.215137048027322610672792528607e-01 1.240160362656688242718549199393e-02
 7.023949116922319517641567873711e-01 1.904857611566228874523711355369e-02

7.772818065271982259479042887468e-01 2.597258527290032595066750586055e-02
 8.440207305721336946323466255035e-01 3.146466755388927884956095789170e-02
 9.006922521103552611921125044501e-01 3.360885701871151829606580168900e-02
 9.456665613990900276902635705850e-01 3.092186441963821413046099989708e-02
 9.776509449528087793606881650300e-01 2.297690288193912128947588094784e-02

9.957327472057352055115367185596e-01 1.075025573335671117668099049615e-02

Legendre n=16 m=5

5.263002492074606860490164185742e-02 1.801348443342674461828856581125e-08
 1.023279959501052339909477862767e-01 6.153757710065907807822520667450e-07
 1.620647958527960040651479296038e-01 7.200091056769362100069220833429e-06
 2.305981139007019499169531358531e-01 4.718711722872142823894966898811e-05

3.061601894894426769957837762391e-01 2.109398999894269968953937529256e-04

3.867283154576461890981427547679e-01 7.123834652582618508629626938264e-04

4.701224831599079887635208725353e-01 1.930290647533889264439231400695e-03

5.540771537028182221679626716904e-01 4.359035606721917462930705737955e-03

6.363075425986467925281323326839e-01 8.409107026309102783138843753384e-03

7.145738468567875943308419245389e-01 1.407782657806389809467550876656e-02

7.867432443428619395389315300731e-01 2.063145338465570528668231982889e-02

8.508485426409111835238655570141e-01 2.651908428652035716477850850679e-02

9.051421181110702083021526540848e-01 2.969101920806574952372127144769e-02

9.481438292687689581617985861521e-01 2.830354964792080536392928155320e-02

9.786819958664272822098526005124e-01 2.154870152163593716269800221794e-02

9.959308889614427888821453271979e-01 1.021825479645068490405021757635e-02

Legendre n=24 m=1

5.861299790015202782547050564581e-03 5.758650752397291920358177976266e-05

1.955851322792269521380099070704e-02 3.428961903450969858090065107665e-04

4.083156660438546408040598668532e-02 1.019078569563460037298231738849e-03

6.934327992319267350591026570519e-02 2.218306820750084584719849985313e-03

1.046437053782389330096264348979e-01 4.030633406224290465044445813046e-03

1.461760474527476049897873049524e-01 6.495720833906220039276900996439e-03

1.932852837691337920240116769538e-01 9.597927852267655451370912737229e-03

2.452284590809028951488513021062e-01 1.326509615070010124603634352372e-02

3.011863912877444537983393622855e-01 1.737114824742042001965445323923e-02

3.602765865026956423445882272864e-01 2.174236383286170364270464057395e-02

4.215671548870618826959003680130e-01 2.616696614872938070953225598590e-02

4.840915063797020431493788155770e-01 3.040743701651614719778625230623e-02

5.468635940621390766127397435092e-01 3.421480236019512309106247716482e-02

6.088934645728142371941970770241e-01 3.734400069095618852468729728498e-02

6.692028702657007010534550202366e-01 3.956937325760469464632868380729e-02

7.268406969050295018801673653284e-01 4.069930114698128992554028768097e-02

7.808979636730033991947497785130e-01 4.058906249880555896948801694043e-02

8.305221591625862007877448789119e-01 3.915108932235600392066494919019e-02

8.749306879001686183172752965679e-01 3.636196179104585929536510006136e-02

9.134232172449734684697211485080e-01 3.226567935421205317764470379216e-02

9.453927367164572187011436547134e-01 2.697298434460831762249034131422e-02

9.703351857859311530570348190758e-01 2.065679926014456035406674306235e-02

9.878576962289251029460838105893e-01 1.354445412071513286018981331076e-02

9.976878923822015084302947233289e-01 5.915330275566684314034711200037e-03

Legendre n=24 m=2

1.010982878254790937488344024062e-02 1.353698912405397352739222972447e-06

2.700337613925657594180974249187e-02 1.495685394550201285189360689219e-05

5.103829752726752381092793699801e-02 7.163156860572385788121554737102e-05

8.186322169572416828847010294716e-02 2.283466296822311841784124061221e-04

1.190134887995098446017393265629e-01 5.684542187576416577705844401799e-04

1.619267605606642379522405292186e-01 1.195247888720339079574819684339e-03
 2.099528441856448047975700535404e-01 2.219252700254736529296256481086e-03
 2.623638668033349165680047200434e-01 3.740733667287383763654143485784e-03
 3.183654109415776656652415775345e-01 5.829799909609488897140722502947e-03
 3.771085958236386447230594421188e-01 8.507053286336663761855751671629e-03

4.377029622998837136788527422815e-01 1.172788945228518587797839928829e-02
 4.992299793034556955579615518552e-01 1.537327039125909968199839573657e-02
 5.607569719861409228599777413034e-01 1.924907688540840373025317877440e-02
 6.213512624274016869744776236173e-01 2.309510283912344408212074656588e-02
 6.800943094857294852803715522407e-01 2.660350510182386160295667643106e-02

7.360956339273974069654061689949e-01 2.944523740328142407886718248384e-02
 7.885063180622394344817111383652e-01 3.130184892037954428365318236491e-02
 8.365318755979693179099918550202e-01 3.189917581280375193772398010310e-02
 8.794442972994812180214640224216e-01 3.103902047231876851283297993623e-02
 9.165930917288433065773428496809e-01 2.862496809501160706567798924847e-02

9.474151602356781656145852631157e-01 2.467904330579610425636805042331e-02
 9.714433858089942492156622689301e-01 1.934692926031414416350253998101e-02
 9.883139960302321588041402935463e-01 1.289112575713140433276628811814e-02
 9.97750645473869463341080569307e-01 5.680309214284473585077204828812e-03

Legendre n=24 m=3

1.499350023974972025387390698984e-02 5.553809479008947997521998789726e-08
 3.485790446711285313104140267212e-02 9.846349631783963368986448220216e-07
 6.140839918944247313247853559249e-02 6.899747862243534390642416780662e-06
 9.431044910248541397322203368950e-02 3.013975837568405642117000078460e-05
 1.330962113171987014948339542121e-01 9.795840584362394776244499928989e-05

1.772041531477305396497610286616e-01 2.590878017935322965851478958294e-04
 2.259927911107878636654330954003e-01 5.874607386224096615641927152426e-04
 2.787515088229441310504927601941e-01 1.180273031427820239803557938493e-03
 3.347114133621388148549741816381e-01 2.148348516733295986644056081857e-03
 3.930567438176354535561280357531e-01 3.598353682688599333298189109562e-03

4.529368547980143759463983702303e-01 5.608487146749474787860405460467e-03
 5.134786638206760506583478901806e-01 8.201366046468753724917120848206e-03
 5.737994055115986796433163828971e-01 1.131941247396277928454012379227e-02
 6.330195170160940593881171014717e-01 1.480864286028434239080939367394e-02
 6.902754715194298475422151486870e-01 1.841610402475741241005027164509e-02

7.447323751282772760549157936113e-01 2.180427269618917087944433558621e-02
 7.955961447382032451715641558592e-01 2.458282332381846613189293030345e-02
 8.421250901969474426918351721247e-01 2.635480199687498418463494881951e-02
 8.836407328385676838272036028995e-01 2.677109685267057624035733457178e-02
 9.195377046213693544890629451530e-01 2.558484609003802257564390060775e-02

9.492925899259959656999180950983e-01 2.269661054070734482313092747575e-02
 9.724716093822265617563058441301e-01 1.818205058661723119929400574269e-02
 9.887372172023179454567045412473e-01 1.229669036145102609547470139508e-02
 9.978559016642320175000913157241e-01 5.463233143005237729663325055170e-03

Legendre n=24 m=4

2.039586766680810702581226347982e-02 3.380988030636122897014595818694e-09
 4.303029378714686525969284078393e-02 8.833971993062144052875273257163e-08
 7.187885451333894840419013466002e-02 8.509010112682289628242168323796e-07
 1.066495221937846514786387130138e-01 4.862660694814298691352869904147e-06
 1.468818956522279395078297807078e-01 1.991424957625636856714466485869e-05

1.920211212166091670223807665770e-01 6.442707566096819944871063574726e-05
 2.414379032166148004820593334607e-01 1.744176627703375851095142484449e-04
 2.944407278879751521650969377194e-01 4.100171002272995476451950194176e-04
 3.502867611459736014093602141393e-01 8.583039963562907581952744784817e-04
 4.0819276499317530848842784445800e-01 1.628753653715583581886755853472e-03

4.673463170211400556750551786645e-01 2.838463703711410039056400257214e-03
 5.269173275476239058112592241510e-01 4.586632414449133011425312632759e-03
 5.860697526371466957381012120926e-01 6.921156386742958713082580018473e-03
 6.439733646184950202278154903707e-01 9.803793617149425182804773672704e-03
 6.998154271092210763185726259646e-01 1.308293779995630490924475665255e-02

7.528121168148159262459547962143e-01 1.648357737372569710586106593473e-02
 8.022195350873249798882577402249e-01 1.962183688611215764911781897820e-02
 8.473441566673183124663092258373e-01 2.204673328401349939521037597125e-02
 8.875525705279464567283538176089e-01 2.330536005870733523796504801063e-02
 9.222803783972446378849157925776e-01 2.302120905640148511416014699312e-02

9.510401324670076381672221885055e-01 2.097055848032182093073557224235e-02
 9.734282283145654712308871973045e-01 1.714033722742734602061974788374e-02
 9.891308334305532483266638849346e-01 1.175364073101676347037981286368e-02
 9.979310701628651109702197195041e-01 5.262123959543883394266390134119e-03

Legendre n=24 m=5

2.622534298965803150403714652498e-02 2.783034396201647517209070193578e-10
 5.144584602945881154360577860256e-02 1.012350444548040968995659250050e-08
 8.239780077985606747502684425179e-02 1.282503417691110954493321585499e-07
 1.188516813871755604010136315960e-01 9.264701065991745135865603744162e-07
 1.603635784565329577019493827793e-01 4.652222418858029361110494363047e-06

2.063904291785802356369155943788e-01 1.800757031974746793742591398511e-05
 2.563181107837621485213411347093e-01 5.715302476243027566751988438626e-05
 3.094757192347133069539022643280e-01 1.548190142316796751760417847746e-04
 3.651468044768422552600443442031e-01 3.679301620685205796307138554255e-04
 4.225799695633973553141330066336e-01 7.823480394699732086944503993329e-04

4.809994594241957975295873169697e-01 1.510051696217401902529772063894e-03
 5.396158697233593167890860677940e-01 2.674309461995051107828561068219e-03
 5.976369411058059592749530988589e-01 4.380851660277815036446916569553e-03
 6.542783415846788422655554314332e-01 6.677640023545303023297191963664e-03
 7.087743145239664451316462501985e-01 9.511416978547607946528009518423e-03

7.60388060066326667091479789270e-01 1.269382957099219580557683724662e-02
 8.084217160182056615300214716799e-01 1.589137001442058300972778506702e-02
 8.522258069578970475183883250531e-01 1.865014705307236948221767547297e-02
 8.912080363845272825470651101600e-01 2.045855989734852192835239861617e-02

9.248413058873164600977392649416e-01 2.084005151154183612628342862049e-02
 9.526708594923108865586590590081e-01 1.945748524969991064689879816592e-02
 9.743204833416531539057324842731e-01 1.620401456058256531985547331923e-02
 9.894978481514599725332106646196e-01 1.125568004253534366913100177502e-02
 9.980011461564329848444081593968e-01 5.075283790362699039342077297167e-03

Legendre n=32 m=1

3.366731409821240713190560568336e-03 1.901572471170430942826245890437e-05
 1.125650911825847185869345588578e-02 1.138994888813378292447313570243e-04
 2.357260931866402547710757169471e-02 3.416836520551405350459524923133e-04
 4.020252794275099439073768150429e-02 7.533852006362715557923120033856e-04
 6.099549023875689657190410614749e-02 1.391597345616824389099748865244e-03

8.576314268818954800090511161294e-02 2.288428825570322772294800964367e-03
 1.142811672044672537669534458416e-01 3.463843643651291626024376354902e-03
 1.462912919973310814621906232223e-01 4.924465156804514064729958263484e-03
 1.815036243561268504284353409297e-01 6.662891975052789373627959873110e-03
 2.195992737321979304451653998513e-01 8.657554413358627149387550243117e-03

2.602332387363719337027183145049e-01 1.087312040458375391169619059026e-02
 3.030375311002663337567749471320e-01 1.326143958622220255887922753124e-02
 3.476245080238455199162245290729e-01 1.576299445383830043650601199785e-02
 3.935903826170057332781813343653e-01 1.830880875109800298106019727524e-02
 4.405188805945557062813838888917e-01 2.082274632044493131540747813854e-02

4.879850100859542578212838762652e-01 2.322411908617831007865342517695e-02
 5.355589104086210123677139024538e-01 2.543051121291552795420622631842e-02
 5.828097449443086128935768459190e-01 2.736071820162772630245711266934e-02
 6.293096028618269577145846586488e-01 2.893769505621153211243221370759e-02
 6.746373743515531771875920621067e-01 3.009140684764722159641151797048e-02

7.183825642793574159535600642878e-01 3.076147805392706358917402770348e-02
 7.601490097286938181864013664023e-01 3.089954385678505485640445385751e-02
 7.995584677764231438826844593912e-01 3.047121689072342088173325743777e-02
 8.362540410366979387067699860997e-01 2.945759640120614724205344048624e-02
 8.699034100079382011668551886222e-01 2.785626290571106327532138326167e-02

9.002018430875079806566436585078e-01 2.568171971856517949740855096652e-02
 9.268749573577049840606446320576e-01 2.296526256230279336602463461143e-02
 9.496812062294475520529517952861e-01 1.975427972555085350251344470427e-02
 9.684140752812675452661169567522e-01 1.611100956274159497685497706823e-02
 9.829039838211773751039515222820e-01 1.211082524658789899433914835540e-02

9.930199883001318314692180149494e-01 7.840347569689244824877953230419e-03
 9.986727475166248293050385448967e-01 3.400132159103352140909474065306e-03

Legendre n=32 m=2

5.865194224038715568949432684303e-03 2.647024484337472012036688014861e-07
 1.570364465218318285384195629867e-02 2.953002159120944520756088791604e-06
 2.978433667432820023358230904531e-02 1.434180839340832386284974008147e-05
 4.799101755825049943452729372399e-02 4.656928466290778495957775430664e-05
 7.016518965185375113068101691630e-02 1.186282030990310349789660401377e-04

9.611245579987633750128530254642e-02 2.564409359827854019562737310028e-04
 1.256049774508718951007450736529e-01 4.919348415457693259870073536685e-04
 1.583836600465406843790923429187e-01 8.611321605323859596192160014327e-04
 1.941604883047152369132992601609e-01 1.401365100386153754028422795045e-03
 2.326210794669644519183208144875e-01 2.147816189392697233045748134756e-03

2.734274556556899432973639081032e-01 3.129658470252942668028352265756e-03
 3.162210185681155813138009471894e-01 4.366123050627724208303806602228e-03
 3.60625703172399588853328532415e-01 5.862848007026007747237395031563e-03
 4.062512838459323552498108174369e-01 7.608859823130948194508028956808e-03
 4.526968044187855351857138838460e-01 9.574505962997266946040313249582e-03

4.995541022276564306400940317041e-01 1.171059677732380601184833388512e-02
 5.464113953376813469611046501928e-01 1.394893094509000777633582809469e-02
 5.928569014758070554594173249210e-01 1.620427726121045791664972135068e-02
 6.384824569112817919717215235640e-01 1.837777448864525843796279335763e-02
 6.828871035041994588860867980968e-01 2.036159879776984451080936512731e-02

7.256806124154727749972352895257e-01 2.204464384504190987792940793463e-02
 7.664869135261088601355660955717e-01 2.331887016250132007475901070134e-02
 8.049474004452949143297213575003e-01 2.408591547957080689045867195230e-02
 8.407240820913594052196309620622e-01 2.426352141618547481008665670645e-02
 8.735025532073554616847867193057e-01 2.379132806050714491774613335823e-02

9.029947578410640525267884057257e-01 2.263561724740152648429514001328e-02
 9.289415218570716188155799092766e-01 2.079264640482849970189026472846e-02
 9.511148332825178891612397260396e-01 1.829030407772552491068343423561e-02
 9.693198542005635561146603928447e-01 1.518793188477689313350139461520e-02
 9.833966634177473278994377208356e-01 1.157430380037409310733121992554e-02

9.932218246460378765248866390475e-01 7.564088166284864568303222094228e-03
 9.987111989707190681905437263824e-01 3.297542975458316928464817838695e-03

Legendre n=32 m=3

8.782551645154049007213340521500e-03 6.551985461849108657213234740571e-09
 2.047561626988569450791797467313e-02 1.178058924077146126309883679179e-07
 3.620945506458740072525508405910e-02 8.415313217837297971943190431983e-07
 5.588046980079056785165813599760e-02 3.767195363837719653149460176934e-06
 7.932775725374838581334786061823e-02 1.261595208931775927412347093946e-05

1.063536097796724129750209491435e-01 3.457484568796866128156947193559e-05
 1.367284325380580499583426349232e-01 8.170646116937051521918619340366e-05
 1.701935520293608069034279971404e-01 1.721351685872695894786424640122e-04
 2.064637089699430854796897286909e-01 3.306656668533361320509245576970e-04
 2.452296053320024092107077635867e-01 5.885021810868543096650848475245e-04

2.861605936909769384344813387793e-01 9.818122106820299495492277712785e-04
 3.289075228503529940171121381761e-01 1.549012134557747309619177415407e-03
 3.731057296027937156196597035062e-01 2.326828615733223969217314701203e-03
 4.183781570918033391574172421900e-01 3.345387021503765235927841849553e-03
 4.643385759195712899675933111655e-01 4.622768350957796016721442067567e-03

5.105948818694076056163175830183e-01 6.159630510171916971833349073437e-03
5.567524428081578814728595136313e-01 7.934582087116298297899243669785e-03
6.024174665953196791857713688435e-01 9.901007652801307808425956774293e-03
6.472003614817574228906864364025e-01 1.198596348357092124919775874510e-02
6.907190604567034082904136220600e-01 1.409159361695355702459948872848e-02

7.326022812608461952855185476474e-01 1.609927256271318313351682069195e-02
7.724926943060822092562120310550e-01 1.787638785650822239725205268459e-02
8.100499715167512975512304325896e-01 1.928536608018202114553101915801e-02
8.449536901251841461492836170350e-01 2.019425719171130371586427971319e-02
8.769060667148276525773996452080e-01 2.048796068169500151741184169564e-02

9.056344983235567701569058533009e-01 2.007903461903617849921967646189e-02
9.308938892757356792396926065018e-01 1.891699708513102694139939027892e-02
9.524687449223052314152226545644e-01 1.699511860432415555016799984073e-02
9.701750180757829763076984540144e-01 1.435391142645138488644922656105e-02
9.838617088172435063291063151793e-01 1.108084355896666847499200959448e-02

9.934123109745827856578472516258e-01 7.306371627128902854598194778037e-03
9.987474850848156070188396104205e-01 3.200959662065779070465524759067e-03

Legendre n=32 m=4

1.205865872398959377146789687591e-02 2.449383006598779842479866910917e-10
2.552167978670678243764554505402e-02 6.523286242406869070968450932243e-09
4.280844223013823290941531071182e-02 6.441964754999409885056038872999e-08
6.384199622360078998944627079235e-02 3.797213590696227438665115647357e-07
8.846423868840938718389834497204e-02 1.614007568341246903450559489884e-06

1.164769084654000743422480640381e-01 5.454385004904727301606462840375e-06
1.476504029938514311298307190580e-01 1.552717654156689008934021777257e-05
1.817276656385079226407978143720e-01 3.864944449739613374523682114819e-05
2.184270107102436751314701461048e-01 8.629566432894134573074012459164e-05
2.574447419541431449713787802733e-01 1.760204826614882302835062064477e-04

2.984577992839479399150597620995e-01 3.324548447710021582232697522562e-04
3.411265007445568852654887985521e-01 5.874196272729490009175512443399e-04
3.850973919482649299225802563158e-01 9.787124680660667449281979976576e-04
4.300061945281192334061044012812e-01 1.547241220462116661938168939886e-03
4.754808362755436603297849511252e-01 2.332402671761122287290593798834e-03

5.211445413981978569936726259782e-01 3.365915185007015585256019819670e-03
5.666189571585784936210898334529e-01 4.664663187914502891038502802173e-03
6.115272920149704468032433453846e-01 6.223437750406707675219733885841e-03
6.554974398524349396208756593658e-01 8.008692615011271849637462544147e-03
6.981650647676145876664851083316e-01 9.954517774642819049563831434603e-03

7.391766210634007548906778897069e-01 1.196192201062788436349273128618e-02
7.781922835694930003918342605824e-01 1.390220134518274546099235893512e-02
8.148887641055994340083181671006e-01 1.562467790529209417320477486482e-02
8.489619908301085268242766378748e-01 1.696848417394100044640362515382e-02
8.801296283632292073867445379014e-01 1.777742935208698118095215513868e-02

9.081334179540853555339127879321e-01 1.7916419790144449482085591056776e-02

9.327413186511737338431843317107e-01 1.728751324099497313350359231213e-02
 9.537494327447479640640664785406e-01 1.584354555004574183949302172590e-02
 9.709837030816205925048744713845e-01 1.359742276402689016256652387869e-02
 9.843013841702664516784571875816e-01 1.062563345694028424470303512094e-02

9.935923788997480435812174996395e-01 7.065410912157909000288367779395e-03
 9.987817837675422213580991747292e-01 3.109870083409626011886918336477e-03

Legendre n=32 m=5

1.564525889108213610492984742942e-02 1.259086724811581718237020692345e-11
 3.079906065815212529985141834551e-02 4.694465388920707565831933135275e-10
 4.954710919419884915864880352085e-02 6.134925487270431240204658301395e-09
 7.185032627239872864452068065110e-02 4.602458048041335348778278323715e-08
 9.755803793898968407783820532340e-02 2.416749906710330922322887348123e-07

1.264739888637118980288684091848e-01 9.852400719236434643803845092100e-07
 1.583702039201165260660514201395e-01 3.317862451486407033791854684742e-06
 1.929923502644463145080258382253e-01 9.610092642412037348329435639246e-06
 2.300630579179839709263591873261e-01 2.461883320265788410296719975993e-05
 2.692846871204337985372549290607e-01 5.691311684443429233309232680591e-05

3.103419746440550742011709974352e-01 1.205218152978130928037126188230e-04
 3.529046991404830023957385092909e-01 2.364791179145220523046587421124e-04
 3.966304088623224238521553384223e-01 4.337699460358462302119653247122e-04
 4.411672184016515954787667765086e-01 7.490654417290446671837184936535e-04
 4.861566655453264467638591317300e-01 1.224649107871616951890057541980e-03

5.312366121433785069900721958022e-01 1.904112260257306665051997521569e-03
 5.760441693153207453853636266858e-01 2.825754394228219097568838470943e-03
 6.202186254957971855812201568421e-01 4.014124536581522697155829721585e-03
 6.634043549354015375910606174161e-01 5.470699867737957999543768498687e-03
 7.052536839538045385202175712139e-01 7.165196985199286818660345112042e-03

7.454296923109229306350257237867e-01 9.029314942861738547591331482729e-03
 7.836089274256820434630034178712e-01 1.095470184424153976414641124613e-02
 8.194840097811332406990382314437e-01 1.279655325035973420033243445457e-02
 8.527661086816997851784672017595e-01 1.438350127208383823863741034599e-02
 8.831872685612412696094555545649e-01 1.553343295894957098923295999032e-02

9.105025672898231003182836297479e-01 1.607375515533354376748758753592e-02
 9.344920894640925860677841443476e-01 1.586361557618750326783981756350e-02
 9.549626997921337693539058781860e-01 1.481491425321734074107920532814e-02
 9.717496057650612149971820056575e-01 1.290876949164612093605252857214e-02
 9.847177125955714622729033902734e-01 1.020453669045403970675385649734e-02

9.937628607524160636906392382910e-01 6.839639600743460062669057018145e-03
 9.988142539562399093704538655457e-01 3.023818695988141051123079342493e-03

Legendre n=48 m=1

1.527956101337032640795929110282e-03 3.919084633061533842828521728879e-06
 5.116038521903279751976313887515e-03 2.357649488989022571029003361646e-05
 1.073804515850787910626425081166e-02 7.121217993295820757120458615266e-05
 1.837043616463216055038331887782e-02 1.584960529052424591264769803311e-04

2.798177095016973303914820624293e-02 2.962794609207759167666624237778e-04

3.953253233513805124385510119419e-02 4.943663664942339518147603250900e-04
5.297524752439792048185811553843e-02 7.613027645885011191044083905180e-04
6.825467388501073394682309805832e-02 1.104187871072445069021029970916e-03
8.530802317166565211426087415979e-02 1.528510369587664232090698076134e-03
1.040652185340344950794063736833e-01 2.038012597481132963654502835202e-03

1.244491820627586603347771879164e-01 2.634585088159416312866596472138e-03
1.463761513289303535963172851969e-01 3.318193382190804968306869083610e-03
1.697560234873270743914863840657e-01 4.086838482063126662711671194302e-03
1.944927254781365742345672773938e-01 4.936551764739346843259023380118e-03
2.204846087836409074434908392336e-01 5.861424591325027458267417266921e-03

2.476248671072866088297051363015e-01 6.853672273758529203898340969404e-03
2.758019752536170418043272388251e-01 7.903731484013598026353859328327e-03
3.049001474028948518331383882257e-01 9.000389631340101155687824882669e-03
3.347998128957756256345828394575e-01 1.013094419680175692471023118082e-02
3.653781075720834051767429140238e-01 1.128138951065206592385644770212e-02

3.965093786441729824296292147731e-01 1.243662799524099255192482875413e-02
4.280657010299447897490966849582e-01 1.358070248181557834465502750848e-02
4.599174030236035612408066438784e-01 1.469704585062272682859293548083e-02
4.919335991439512348923778400673e-01 1.576874394608908557831255315605e-02
5.239827279705548742681493018544e-01 1.677880748748267856700707074281e-02

5.559330927576638473984622236534e-01 1.771044853420800016387460359975e-02
5.876534026043578723982343472788e-01 1.854735697645436046445528916339e-02
6.190133119571400455603492788530e-01 1.927397250781490079250934448965e-02
6.498839562280593864785357870861e-01 1.987574759700936535548825921460e-02
6.801384813274310073602698250577e-01 2.033939711004110631814551508884e-02

7.096525649352575201727540976420e-01 2.065313043985233885978753655531e-02
7.383049273694466755712730077432e-01 2.080686227449227654976450239602e-02
7.659778299517393303797984196590e-01 2.079239847254369112045712548150e-02
7.925575588237534315476233125376e-01 2.060359391058595771548463706830e-02
8.179348922255411619876196839397e-01 2.023647961538265866617676744403e-02

8.420055493173776136680200351863e-01 1.968935698602026735404421497403e-02
8.646706187020261103686231805877e-01 1.896285744047192556455481433236e-02
8.858369648894796014863518171614e-01 1.805996637864610084780339321901e-02
9.054176110395752894094882381079e-01 1.698601093145553734472656332922e-02
9.233320964213866905295321223779e-01 1.574861155509481811904849188112e-02

9.395068071463135342511026638387e-01 1.435759812679483119409663732909e-02
9.538752788775990101939561480423e-01 1.282489180836093459219353334476e-02
9.663784704358520385308072386100e-01 1.116435461083017410349446546410e-02
9.769650076674417325929569084125e-01 9.391609528978317948272808476081e-03
9.855913983204927569392979342973e-01 7.523836422130016208918550665438e-03

9.92222249227894183497030723698e-01 5.579559930628829788222713880740e-03
9.968303661969817630737127138642e-01 3.578542560998479330050272949810e-03
9.993979147631898119581797426590e-01 1.543904872404370569316400406643e-03

Legendre n=48 m=2

2.688873914062379139114184216994e-03 2.553195889271475647271923743986e-08
7.212186178793674593384852039265e-03 2.868855059862701697071907178213e-07
1.371446516676533373781895793162e-02 1.407867737728941292656512284726e-06
2.217294885413746556286702495575e-02 4.634279356156297684606734772547e-06
3.255426247949989503887975536574e-02 1.200679703621812217509400372862e-05

4.481681751086172162108926320944e-02 2.648745793470932861678422013477e-05
5.891132141131122164324096578787e-02 5.203101484755939766642179431667e-05
7.478105958440386053543663486349e-02 9.359478471275464299196529747909e-05
9.236215028013864343662407362961e-02 1.570832708105260997743793327929e-04
1.115838118771362816534914807604e-01 2.492266888188919799015690487258e-04

1.323686522160349091432688128353e-01 3.773954578638469352310883868860e-04
1.546329822746270693661680770303e-01 5.493556150900776650561079708308e-04
1.782871541973527374765668757469e-01 7.729728618388892805430209636453e-04
2.032359228418977495317552365433e-01 1.055875441847786629352469109910e-03
2.293788296212873657149499244738e-01 1.405088186514250876431328842323e-03

2.566106072081298199243913518508e-01 1.826651751467699088860601196152e-03
2.848216035284289497161612206666e-01 2.325242240822621043565345092258e-03
3.138982233681241249842401526940e-01 2.903807017738511507752037652434e-03
3.437233858311115429609050765500e-01 3.563232500403601314744429002841e-03
3.74176995816520222944883991795e-01 4.302059131639782582725300048421e-03

4.051364276226198347636327909609e-01 5.116257501085472460481779613360e-03
4.364770187336549267100019032837e-01 5.999077826853558213463115136166e-03
4.680725718035708342519035080589e-01 6.940982725447018016061836788584e-03
4.997958628167886574948429346821e-01 7.929670490637762969806645814723e-03
5.315191533808174596735394255468e-01 8.950193056746857981649594688585e-03

5.631147050885411578083116347214e-01 9.985169545488541042963907559408e-03
5.944552938794834176639975690323e-01 1.101509290407398929530234599487e-02
6.254147223292296394546876925477e-01 1.201872375692370762510954854295e-02
6.558683278044473527448552390793e-01 1.297356233654943329912207848059e-02
6.856934844375482887202391170592e-01 1.385638635008140259209189135255e-02

7.147700968999039753191015044856e-01 1.464383998805488588796544751645e-02
7.429810839855616569081885566761e-01 1.531305709125428803828376849700e-02
7.702128500584825316252388152891e-01 1.584229984409967444225341962882e-02
7.963557424652917146199856255349e-01 1.621159332520477785097311276497e-02
8.213044930722280304074663339897e-01 1.640333586231343996369472808981e-02

8.449586421492569626112530417953e-01 1.640286543210081974524482165583e-02
8.672229428960555093770332758677e-01 1.619896331396382113171758154749e-02
8.880077449838335297873579661812e-01 1.578427782596082738634707979804e-02
9.072293555741517703035917358216e-01 1.515565319289696945840299981220e-02
9.248103763724934987985638320318e-01 1.431435135318542702329961136891e-02

9.406800153846845134528847549393e-01 1.326615771852016742561671814728e-02
9.547743721813856421577491972546e-01 1.202136546857667349639094541707e-02
9.670366956822244813773062732471e-01 1.059463682708215770932723763818e-02

9.774176139029686567857233907958e-01 9.004744016236195300745935063484e-03
 9.858753364527724583286112385167e-01 7.274198184856344730966982352110e-03

9.923758366870840100570580949224e-01 5.428788717795832191775618662304e-03
 9.968930630930705297794118077749e-01 3.497153258421974888654579625083e-03
 9.994098344685709297181306236547e-01 1.512470634974822446328616656629e-03

Legendre n=48 m=3

4.066209297498338500358131581189e-03 3.015342764854780779299259602183e-10
 9.500062751728123779454987017736e-03 5.479502515173748279822864375423e-09
 1.684858236250366728800739232381e-02 3.971230326645527200071591483536e-08
 2.609688463953951713010779397964e-02 1.810729370819376158197121587093e-07
 3.721165052753662984469756344970e-02 6.200998647755608864802236296139e-07

5.015008401517138774711267853565e-02 1.744870211259300281623026100112e-06
 6.486156940233648856930185500870e-02 4.251191352022447087726838006735e-06
 8.128826180417072349681704632981e-02 9.272713849795311937702358737727e-06
 9.936544665348895379251133238140e-02 1.852208375802535183698572063134e-05
 1.190218469631421308521355249939e-01 3.443103047336274568619998984306e-05

1.401799276868688940328827675175e-01 6.027483896895966751642932174883e-05
 1.627562129359481685408669067532e-01 1.002652463006282595456950680002e-04
 1.866616212834424313275731795864e-01 1.595956274118378053994186166539e-04
 2.118018205744974339984284896377e-01 2.444235054218549554241603281949e-04
 2.380776020990824458103670001907e-01 3.617779521137739343464128554713e-04

2.653852732658216091292599001785e-01 5.193832504950603558261920346786e-04
 2.936170675456772776886381281787e-01 7.253950905351844816615919170004e-04
 3.226615702404022487572168329760e-01 9.880512902243423400779076748672e-04
 3.524041584930775106021558832763e-01 1.315245232322166215409377545012e-03
 3.827274538613767146482108093465e-01 1.714036485360467295716373081067e-03

4.135117857019894153812837384076e-01 2.190119010706392900468229955865e-03
 4.446356635588861828603153369629e-01 2.747272520606319967887797701040e-03
 4.759762567047850444220522169899e-01 3.386826547966444187811284414126e-03
 5.074098789521859581896178858898e-01 4.107169275332881467159085843576e-03
 5.388124768265621156252831130892e-01 4.903333886038533663823724074113e-03

5.700601191791216624675835260830e-01 5.766693982529563594525270792666e-03
 6.010294863096302591398031836570e-01 6.684796417252244958258507078303e-03
 6.315983566708968046723547697162e-01 7.641354773356304481019465413876e-03
 6.616460892355191090760484715655e-01 8.616419910339901583632937053539e-03
 6.910540996222369726265477107874e-01 9.586735761687375338382009969370e-03

7.197063281036255169830884270948e-01 1.052627934415467292768088538396e-02
 7.474896976487535521015537870489e-01 1.140697419529183405485260404189e-02
 7.742945601936902651856629552648e-01 1.219955673091903266136982455930e-02
 8.000151293792167983103180995376e-01 1.287456586110078118052436669973e-02
 8.245498980486300740071016103766e-01 1.340341816235768362481827839798e-02

8.478020388589689736744214589995e-01 1.375952447078623039246839117413e-02
 8.696797864262541862875353618571e-01 1.391939935507410783327955443289e-02
 8.900967994994668427276909413352e-01 1.386371286755236238930742676014e-02

9.089725017394365124097881293953e-01 1.357823444989595637373694418501e-02
 9.262323997690203303999718961419e-01 1.305462194593871992200462533935e-02

9.418083772642114183190214645375e-01 1.229101426474116007794931358941e-02
 9.556389639849395758317480598062e-01 1.129239412835405798298761542587e-02
 9.676695788409468710326653225328e-01 1.007069722228448732692076241807e-02
 9.778527465055103950833378079705e-01 8.644655681930639615343554572720e-03
 9.861482884009495409857731981594e-01 7.039377704733903163512770205919e-03

9.925234948729401057642086743589e-01 5.285687712650206460127314609655e-03
 9.969533272063821356004152898943e-01 3.419356231618781027905247483072e-03
 9.994212913646599580259760865699e-01 1.482290509858764761487753643923e-03

Legendre n=48 m=4

5.636978575858772239243107261000e-03 5.479392575922721288252537406450e-12
 1.195945594659698074435133489496e-02 1.480753261899325267579129406947e-10
 2.012344742874314522557983918903e-02 1.490347768325442241249993935862e-09
 3.012818588364385300539991304954e-02 8.993962286055932576349702510238e-09
 4.194246365855433564396716674676e-02 3.931929467854386220327114231222e-08

5.552323382692000245961893865087e-02 1.373068156267220752614066175733e-07
 7.081911166779525119584926754390e-02 4.058415741194732462398180145051e-07
 8.777149430570350818668537877057e-02 1.054004764004259365590438764742e-06
 1.063151091420939071222915328586e-01 2.467712519130518835221460278137e-06
 1.263783976804283211084832367371e-01 5.305277759558390825483219209269e-06

1.478838523295183964430795850329e-01 1.061749136301612487067833093655e-05
 1.707483460974247736718351051859e-01 1.998804820817646656200638141837e-05
 1.948834700818846648573997145590e-01 3.568574541411903004720068271894e-05
 2.201958844520231099410696412657e-01 6.081529861909363197181958266097e-05
 2.465876848362544461046482699740e-01 9.944940412556082400482105466828e-05

2.739567843295598812618769148144e-01 1.567214155058689378323489020116e-04
 3.021973104992559725569232974786e-01 2.388562820569120684116315772465e-04
 3.312000163246991772249996356081e-01 3.531177075368012003571416170213e-04
 3.608527037507379948028673307177e-01 5.076521742088031825011409753483e-04
 3.910406583759095926782098368228e-01 7.112156762326398804495795594678e-04

4.216470936910717801440713064288e-01 9.727766099311033581762156406330e-04
 4.525536032108615907848493926077e-01 1.300997907589768086559194216471e-03
 4.836406187879834865860904526781e-01 1.703612556026417033422670604138e-03
 5.147878733629314179434438568012e-01 2.186718275525867605339425902326e-03
 5.458748663760809062864338829806e-01 2.754028358148672085606734372685e-03

5.767813300533030057912252199969e-01 3.406125411667381482686930849692e-03
 6.073876947692704633916166713339e-01 4.139771980841176929573758988300e-03
 6.375755516937887853718894610753e-01 4.947335794737667979408522921077e-03
 6.672281109353663441895340817320e-01 5.816387005023150634296773118092e-03
 6.962306534125417183383171560769e-01 6.729519819749479578773810092509e-03

7.244709747069850662792703392732e-01 7.664441341316939135943053676786e-03
 7.518398191828892532949725272298e-01 8.594356516064503143454218671737e-03
 7.782313026944862384570347990011e-01 9.488660614334276637268662852029e-03

8.035433222474916932740071826722e-01 1.031393065426404039837977598994e-02
8.276779510307298302797580844959e-01 1.103518601420387574345865884004e-02

8.505418172909753216279031210621e-01 1.161736768863528675713647396255e-02
8.720464655870821844598425752981e-01 1.202696684079377830824113723627e-02
8.921086990288128675669764355739e-01 1.223371804127684246177346470024e-02
9.106509011818786391046411566285e-01 1.221226221459608492821270043766e-02
9.276013364049980802692634793329e-01 1.194367989419632340277561819896e-02

9.428944274814919551258046019616e-01 1.141679755434487092193290506140e-02
9.564710095296614551571816913538e-01 1.062917872098630820188296298905e-02
9.682785593638010856934446768301e-01 9.587726968517738397121391114374e-03
9.782713998815593477914121478904e-01 8.308849151201205273962847438500e-03
9.864108803336931315094141920825e-01 6.818154057862381173936593054840e-03

9.926655392050761689771458762934e-01 5.149699490593371158524499091856e-03
9.970112974682737635476983660554e-01 3.344920240847798612860271408805e-03
9.994323118933083322823782180921e-01 1.453290932860808166842294645653e-03

Legendre n=48 m=5

7.382584947489981882082663593861e-03 1.393866830113075026336999979975e-13
1.457287257422126548682513822896e-02 5.297149565783490825251110458529e-12
2.352383011314425586063850921676e-02 7.090481458304901196181468700972e-11
3.425395997001354766402245488501e-02 5.476081112913451200528767673473e-10
4.673605906108435412439411333198e-02 2.975591675100837951145293205715e-09

6.092776842563929107351626821776e-02 1.261927558889992221738793837741e-08
7.677749376449264135744370591146e-02 4.444626314199743129635381773769e-08
9.422625166414950356913070806341e-02 1.353858906804663757454563540425e-07
1.132084876837499454617646817420e-01 3.667962055462601099205822647943e-07
1.336525737942929373839291564326e-01 9.019672295039080655654045662975e-07

1.554811961468724316521490913693e-01 2.043862084351246792383996973563e-06
1.786117071681386769917184020625e-01 4.317790085568772928146126733886e-06
2.029564709011221412879123595608e-01 8.582003859415010328846546631052e-06
2.284232136113600133882676046422e-01 1.616612081463077179967041152032e-05
2.549153846618814468702831602717e-01 2.903278254708299249484757100724e-05

2.823325294896154546576110460852e-01 4.995232175214985402951705518885e-05
3.105706749728639864139451257413e-01 8.267390870986670690484888644457e-05
3.395227266764825151372870571921e-01 1.320704512399362584742124603866e-04
3.690788770162123401478248475080e-01 2.042293646669573821338583006837e-04
3.991270231216110822226136608703e-01 3.064582402574434047858391036935e-04

4.295531930142419704256976994504e-01 4.471744036727606836530460269360e-04
4.602419786119730662521091970891e-01 6.356511541916907872680685107912e-04
4.910769739993260899376928758348e-01 8.816015513343226410056338523576e-04
5.219412173558574837503764517703e-01 1.194592941036887631974479158495e-03
5.527176349028885001901212779613e-01 1.583301415876438151909355578246e-03

5.832894852097005844401238041156e-01 2.054633947767032065678305747671e-03
6.135408021913169070475782845762e-01 2.612765374151693893689210259649e-03
6.433568351298233389203984979429e-01 3.258155737068051762059249912631e-03

6.726244840589715156066112265948e-01 3.986628457720061074627188527147e-03
 7.012327288669753813546896091163e-01 4.788599317641455104565015836260e-03

7.290730504945537539772813127664e-01 5.648548363377071685282926598406e-03
 7.560398426340767523833473509286e-01 6.544820371019927705509751052811e-03
 7.820308123708920872372903607074e-01 7.449823891764206849208555407760e-03
 8.069473682493212371076523302617e-01 8.330674559231860485050438489387e-03
 8.306949942932345391565337319023e-01 9.150296649670186772698011727931e-03

8.531836085643808740555657045868e-01 9.868960132693258527503914618808e-03
 8.743279049006710293444889020053e-01 1.044619166339573220290302280488e-02
 8.940476765414575522830639457769e-01 1.084296066068423099904498163342e-02
 9.122681204179617757663044879000e-01 1.102400945616521753213266107113e-02
 9.289201209657993976221112029105e-01 1.096017292523099293844084470082e-02

9.439405124072044323349801026376e-01 1.063052087623846832026582623870e-02
 9.572723185654322246067294764909e-01 1.002415770685053228400344720404e-02
 9.688649694530511954275127114588e-01 9.141529230018263055079860229608e-03
 9.786744942670041997990273438225e-01 7.995115758543721710626952546979e-03
 9.866636916743301109144937733100e-01 6.609432657728975342155186009089e-03

9.928022840298555016498880875608e-01 5.020318446260561548035837879221e-03
 9.970671024267742797528906088339e-01 3.273633375334435756069380088587e-03
 9.994429205196745248339610748796e-01 1.425403981575627999621717822843e-03

Laguerre n=64

2.241587414670528002281188481904e-02 5.625284233902984574102185450625e-02
 1.181225120967704797974664367103e-01 1.190239873124260278149035058888e-01
 2.903657440180364839991300663853e-01 1.574964038621445238201964347055e-01
 5.392862212279790393181449478122e-01 1.675470504157739478809044116588e-01
 8.650370046481139446199550747097e-01 1.533528557792366180854547925640e-01

1.267814040775241398115708877694e+00 1.242210536093297445126137821926e-01
 1.747859626059436252829963951288e+00 9.034230098648505773897410920156e-02
 2.305463739307508718548070543894e+00 5.947775576835502421224699743972e-02
 2.940965156725251840679468152108e+00 3.562751890403607185416573533689e-02
 3.654752650207290527035397912093e+00 1.948041043116640604333738027148e-02

4.447266343313094356742550980161e+00 9.743594899382002240107960271379e-03
 5.318999254496390343522109859188e+00 4.464310364166275292364824190544e-03
 6.270499046923653912911064646334e+00 1.875359581323114826750128222516e-03
 7.302370002587395747223498409519e+00 7.226469815750051227191087066195e-04
 8.415275239483024194495218591205e+00 2.554875328334967097144484021795e-04

9.609939192796108035762882049548e+00 8.287143534396942179063224039877e-05
 1.088715038388637214259455042018e+01 2.465686396788558745973370221716e-05
 1.224776450424430161816236929072e+01 6.726713878829668527612545536274e-06
 1.369270784554750515272993257464e+01 1.681785369964088897821201086506e-06
 1.522298111152472884800826878343e+01 3.850812981546684414827886110704e-07

1.683966365264873721052883803916e+01 8.068728040990499790415110915505e-08
 1.854391817085919052361962597108e+01 1.545723706757688828003703926158e-08
 2.033699594873023550114981580640e+01 2.704480147617481409988607446575e-09

2.222024266595087653992215434709e+01 4.316775475427200912314164217177e-10
 2.41951048759325398988644388024e+01 6.277752541761452201652955763263e-11

 2.626313722711848578512602395478e+01 8.306317376288958063878932234380e-12
 2.842601052750102729949977152675e+01 9.984031787220164055897291499895e-13
 3.068552076752597177104858239845e+01 1.088353887116662685326123546986e-13
 3.304359923643782912552021068053e+01 1.074017403441590186482804810228e-14
 3.550232389114120958697877853505e+01 9.575737231574442105585024583281e-16

 3.806393216564646826035731791502e+01 7.697028023648586098862970088678e-17
 4.073083544445862636573186951324e+01 5.564881137454025366525461526815e-18
 4.350563546642152985270318493173e+01 3.609756409010446498298646897469e-19
 4.639114297861619207360539994238e+01 2.095095369548946234767748078464e-20
 4.939039902562468667923580082269e+01 1.084793301097549361202631562742e-21

 5.250669934134630165017927698046e+01 4.994699486363804115792443627063e-23
 5.574362241327838046333571129115e+01 2.037836974598822310658063498146e-24
 5.910506191901710660884874209180e+01 7.339537564278837039106367650444e-26
 6.259526440015139559605501790119e+01 2.323783082198694261304776157500e-27
 6.621887325124756438221376267101e+01 6.438234706908762420384341347468e-29

 6.998098037714682922853465797223e+01 1.553121095788275270621507732395e-30
 7.388718723248296321095740311351e+01 3.244250092019537314465982686763e-32
 7.794367743446312031368797587057e+01 5.832386267836201501282207418418e-34
 8.215730377831930429519586834224e+01 8.963254833102854061314281996410e-36
 8.653569334945651821021627837527e+01 1.168703989550736241198572917330e-37

 9.108737561313309014563671534928e+01 1.282055984359980381497645585305e-39
 9.582194001552073209476721543650e+01 1.172094937405002291828122995135e-41
 1.007502319695139796292592614512e+02 8.835339672328604981296921087574e-44
 1.058845994687999493563604278509e+02 5.424955590306186594338147130486e-46
 1.112392075244395820634847366376e+02 2.675542666678893828949793699428e-48

 1.168304450513064984633866690774e+02 1.042917031411367078110598371701e-50
 1.226774602685385765774196905650e+02 3.152902351957772623653127987116e-53
 1.288028787692376725127536230543e+02 7.229541910647522339706610677135e-56
 1.352337879495258278339804988789e+02 1.224235301230082264459594302229e-58
 1.420031214899315190251400382911e+02 1.482168504901910411780618275588e-61

 1.491516659000493885872934629324e+02 1.232519348814518808064365504012e-64
 1.567310751326711612336169608139e+02 6.691499004571269526814069374687e-68
 1.648086026551505229931901090252e+02 2.220465941850448995507392045782e-71
 1.734749468364242745221528448669e+02 4.120946094738876249979125791383e-75
 1.828582046914314636463427945096e+02 3.774399061896489170417616059552e-79

 1.931511360370729114793855274172e+02 1.414115052917619417463147014780e-83
 2.046720284850594559490644333426e+02 1.591833064041367917861031849654e-88
 2.180318519353285163324523844483e+02 2.989484348860634307741312694817e-94
 2.348095791713261647130555297254e+02 2.089063508436952770828154254400e-101

Laguerre n=96

1.498247386279735578113381595993e-02 3.787857621904154857294555367357e-02
 7.894612304880207840185985106866e-02 8.271990609834760360531341593037e-02

1.940394361941514412752508786116e-01 1.158667991339846973607615984049e-01
3.603184994030137122785822472820e-01 1.338323001322935736406256373056e-01
5.778305997114498570222491789396e-01 1.364333036164533434786894149718e-01

8.466343334083691664262806795413e-01 1.262862120356477972119000242104e-01
1.166801575278802054604277136035e+00 1.076924888798102793618808477726e-01
1.538417935202955009462473472637e+00 8.532412911159066557538645790078e-02
1.961582977838289290098638265217e+00 6.314203242520727884377360072333e-02
2.436410401399018873095487851099e+00 4.379838230833155826312942207348e-02

2.963028219390472494624798221471e+00 2.854644887954969225023787573827e-02
3.541578958083545938690003622685e+00 1.751286619497787142048224525397e-02
4.172219874479178368746331029784e+00 1.012564796759256050813924076596e-02
4.855123197087293047910857955935e+00 5.522702599754219680646826023698e-03
5.590476391052804748637807844229e+00 2.843408475355105761869086515002e-03

6.378482448916911967984059122961e+00 1.382611675843960566140825599722e-03
7.219360208264738897713155255980e+00 6.351647717174251628990736154925e-04
8.113344697561966664280773292162e+00 2.757399699878774910439708453509e-04
9.060687511578667610371531997438e+00 1.131361618904986583334124750235e-04
1.006165721792036504754513846483e+01 4.387518309801511431495637693683e-05

1.111653979632731325771301026208e+01 1.608239776072406157631990197051e-05
1.222563911256064169884407585976e+01 5.571480048334918160042235677625e-06
1.338927742886798323913406764228e+01 1.824020563650868624991610676325e-06
1.460779595321226557860843179550e+01 5.642346857470526754659778186812e-07
1.588155542965690531693169690084e+01 1.648822949985393333100870755930e-07

1.721093677253059231217555823888e+01 4.550601393371598572333222034871e-08
1.859634174724747148527200308474e+01 1.185835466607614446944173593309e-08
2.003819370093648641201390291985e+01 2.916795610681356328390315858537e-09
2.153693834634001257411330749959e+01 6.769611683671967343982507344651e-10
2.309304460278018967012773266987e+01 1.481949983670311204293618226453e-10

2.470700549836557365787677252672e+01 3.058700451737857163777474992448e-11
2.637933913802545411229107805162e+01 5.949512313209493202229440556218e-12
2.811058974241966462160890792100e+01 1.090084100615501726449608399095e-12
2.990132876328396126135791142676e+01 1.880406391828555287344935742008e-13
3.175215608134195348557972506929e+01 3.052254984068018410341749580814e-14

3.366370129355207656627969531346e+01 4.659257733162024341566967130112e-15
3.563662509717134091484328114521e+01 6.684573637743514983341244733865e-16
3.767162077891714874696492629959e+01 9.007624836565320347953647863886e-17
3.976941581840657130901835782830e+01 1.139275645645738992428945541273e-17
4.193077361606333874754369394098e+01 1.351496197399314593696786360045e-18

4.415649535682294611578264713579e+01 1.502575840726936195121879000082e-19
4.644742202225501832608591311646e+01 1.564384020199214922872554537161e-20
4.880443656518197843096993491383e+01 1.523935207125346406976142000741e-21
5.122846626253061047821077009198e+01 1.387767030020088746124291318747e-22
5.372048526403945690663256148001e+01 1.180275279417301142286336764574e-23

5.628151735659690342239985838581e+01 9.365572923149480888948457226280e-25

5.891263896644579012548334750625e+01 6.926501287689107276208128732857e-26
6.161498242431210125620526017166e+01 4.769156040289474241447326826417e-27
6.438973952175925405967762290139e+01 3.053588369363916385087273654705e-28
6.723816539080926359415386753027e+01 1.815876339567533699955936314641e-29

7.016158274319579814458104875932e+01 1.001623972960673195235157937395e-30
7.316138651062802220653461483836e+01 5.117644054432073675737621394578e-32
7.623904893327643203701909184933e+01 2.418537832219781127157564535575e-33
7.939612515049824600703602616032e+01 1.055571200688440973709765960911e-34
8.263425935578989393189953246543e+01 4.247854846530332834287086480864e-36

8.595519158731968933103011272068e+01 1.573451260477077523414096110684e-37
8.936076523643990274261935280560e+01 5.354853087862639709650921850479e-39
9.285293536965613607385063826609e+01 1.671141386236028863218007942653e-40
9.643377797507985644032619198955e+01 4.772638592840318669671697980780e-42
1.001055002629519166797620057781e+02 1.244615423272114008888063805738e-43

1.038704521720840125198861679467e+02 2.956874625061022742177248527240e-45
1.077311392608829209572922495851e+02 6.383727053789554859703304210991e-47
1.116902371940922815227430914088e+02 1.249132372568423120891152715930e-48
1.157506080759045595131834688901e+02 2.209041977135251330178386666105e-50
1.199153189284560017814579135454e+02 3.519986495678498867412104441562e-52

1.241876626742425655540926649438e+02 5.037351888281251516984829271009e-54
1.285711820547140774726872009993e+02 6.451532417064822582824309018789e-56
1.330696970091988729301160346790e+02 7.366791173581172114011570300729e-58
1.376873361536594683170415689223e+02 7.469152462839147519840277279523e-60
1.424285731446393633132362876794e+02 6.694463972778089952855964196308e-62

1.472982688996606295921837905877e+02 5.278604705317515841115560366438e-64
1.523017208842670496289114752867e+02 3.642510407106861755380785026162e-66
1.574447209857949412061678467911e+02 2.187094749341492930128609326759e-68
1.627336238997838642738568035891e+02 1.135492671450245860297223826789e-70
1.681754284920079528329294737815e+02 5.062195752800692281022504757652e-73

1.737778753179440465526763994425e+02 1.923094555715124794251005513202e-75
1.795495644554947773196811242408e+02 6.172619781526711550232050809267e-78
1.855000991442821687447949946253e+02 1.658116366934699814121181224490e-80
1.916402625884897549737430211035e+02 3.688078285108679821439320560321e-83
1.979822379189962351420479276286e+02 6.711003906926944359404046039664e-86

2.045398851133784300178094561914e+02 9.854187100933006146094901295907e-89
2.113290942611679904599363569526e+02 1.149407276909841872026895616431e-91
2.183682429565866003626950021569e+02 1.045816777493430430786733670420e-94
2.256787985234694580381041350651e+02 7.266952419018880294409213414915e-98
2.332861262278312386902547600353e+02 3.760831008987166610083178803777e-101

2.412205980367763189810813813145e+02 1.406794793905676188520242258398e-104
2.495191530625291123797834940448e+02 3.667504399919052585598412211727e-108
2.582275608164192389789402864816e+02 6.369656613917850019638424710553e-112
2.674038241570986262530110799150e+02 6.960977847977533928994454112554e-116
2.771235253160818271433515523456e+02 4.443883681138463016635455517644e-120

2.874886968264098727752770786781e+02 1.499333661185293216036309077493e-124
 2.986436136993047292768867511301e+02 2.321125895301340260875550535133e-129
 3.108056796861862563775135672674e+02 1.333283837705607190258421966741e-134
 3.243344504123146330502630174730e+02 2.002600265965908615414441479922e-140
 3.399214093107306652234706789151e+02 4.028786213250457687338287704918e-147
 3.593576682858397029393826709107e+02 1.957414951969318430250786317709e-155

Laguerre n=128

1.125138826367596296085184031621e-02 2.855184445323972862907317736119e-02
 5.928474126902645428792200896141e-02 6.335021178450511877979781272594e-02
 1.457079665943124651418540591021e-01 9.130838136613431442316163259027e-02
 2.705531787586650661907608971002e-01 1.099139004109117461010139158327e-01
 4.338414075538368030560965807545e-01 1.182741710341736987898096888739e-01
 6.355976657816219383408676779691e-01 1.170457390004067215664584392067e-01
 8.758523845465207791553460132612e-01 1.080899875455684154364737831251e-01
 1.154641701974397950081533557076e+00 9.394288863892850178780884363559e-02
 1.472007563166735475544466330382e+00 7.725366879789805320778002523588e-02
 1.827997778312350285359845287177e+00 6.032705626566157053893030860025e-02
 2.222666071561902448178964529136e+00 4.484734824719521406824246579976e-02
 2.656072129883481195228853293088e+00 3.179694793687684617396324848206e-02
 3.128281655027916954983103697375e+00 2.153014945379444392611072854376e-02
 3.639366419852403212210745221687e+00 1.393695173384634832775768859749e-02
 4.189404329594047974784930798646e+00 8.631585380202247148844730964892e-03
 4.778479488434876091657242392131e+00 5.117777013669228528739367228449e-03
 5.406682271600499185278938201046e+00 2.906347436485955858179800772191e-03
 6.074109403196536843091558445058e+00 1.581432943316679397234160134889e-03
 6.780864039975625411048049299433e+00 8.247389850988121504354385932530e-04
 7.527055861229375885855122798418e+00 4.123260885396947309702908308044e-04
 8.312801165007770603378843811915e+00 1.976494264425914986205298897833e-04
 9.138222970880392396002626419694e+00 9.085157887824515080228263061528e-05
 1.000345112946822208926827614353e+01 4.004849278358052989778876604415e-05
 1.090862243899088254784886130100e+01 1.693076239808178557551028884746e-05
 1.185388076909185680383326445378e+01 6.864525291110682089386362784119e-06
 1.283937719222324968745519356727e+01 2.669216598142102660158722285839e-06
 1.386527012289208030295367999714e+01 9.953640102863844771774833321963e-07
 1.493172546509192747374735531331e+01 3.559435753003065439880201665633e-07
 1.603891676826707935092137834277e+01 1.220532551948811948312056157344e-07
 1.718702539218126510275850445906e+01 4.012791920935635068901677660238e-08
 1.837624068108969493338275233695e+01 1.264811414747597864456501109076e-08
 1.960676014764164672790546909894e+01 3.821489729426572290234113720030e-09
 2.087878966697137291589320144029e+01 1.106641059227341699944800440243e-09
 2.219254368146783690667639231820e+01 3.071009237097423195822900346389e-10
 2.354824541674892056092497300970e+01 8.165499384154489560264378850036e-11
 2.494612710940348862795103966404e+01 2.079853632781377842341896121163e-11
 2.638643024710529089762693051319e+01 5.073953770839870404329698640195e-12

2.786940582174639022956968185640e+01 1.185314377179611230509373313098e-12
2.939531459628491372156562883813e+01 2.650927523728873586005654881953e-13
3.096442738605275400232208613174e+01 5.674632215757658766810656061614e-14

3.257702535532375017814194864562e+01 1.162373814707515892215294349006e-14
3.423340033000224266047941087526e+01 2.277766292702386379197331044506e-15
3.593385512735615381077229249628e+01 4.268831970297649277391721041258e-16
3.767870390378837443006555820165e+01 7.649288799363275105259484578031e-17
3.946827252171576412714890330036e+01 1.310131391983824641880828868213e-17

4.130289893670708963800804176367e+01 2.144145234124663634370678869197e-18
4.318293360612038324387836352250e+01 3.351944287208847808014707290438e-19
4.510873992057723174415061485072e+01 5.003733086459473768231793651206e-20
4.708069465971721685607253511276e+01 7.130030641958562120497024646264e-21
4.909918847379102680215358528598e+01 9.694540740397266403532090582853e-22

5.116462639277665944464043359157e+01 1.257284755639784598440599274317e-22
5.327742836484077391610853679441e+01 1.554661095563063448220273119882e-23
5.543802982611789186830896382911e+01 1.832109793253421778719084254378e-24
5.764688230394522881442498112197e+01 2.056797978136734920722781371545e-25
5.990445405587205569652926350617e+01 2.198666052623291192576574486891e-26

6.221123074696145824567915529620e+01 2.236916007324289367294062222812e-27
6.456771616812121542904105154672e+01 2.164960644633905440025630940452e-28
6.697443299844156105480271561954e+01 1.992227680618793787387725075369e-29
6.943192361478342995576210977421e+01 1.742153886325439585907653178392e-30
7.194075095215437515730184810623e+01 1.446949786106284637699605377666e-31

7.450149941873402779302798318554e+01 1.140751706123082283418897029015e-32
7.711477586977057052831989243538e+01 8.531805097810209072211639296988e-34
7.978121064496855285445821249912e+01 6.049701177938858435049974561125e-35
8.250145867443145291403917688451e+01 4.064343243264800301779467322272e-36
8.527620065871535873779640425817e+01 2.585349374987909630702838798761e-37

8.810614432909950369403173932576e+01 1.556028762522623447585274555958e-38
9.099202579479261315603030302452e+01 8.854625849663330011025592370634e-40
9.393461098447969449552446429249e+01 4.760457517364580680322165132837e-41
9.693469719038194045161995512395e+01 2.416078510661232205003307206936e-42
9.999311472386427152162130002668e+01 1.156647050338737493210994431814e-43

1.031107286925939873923197491579e+02 5.218510619492375995216995904088e-45
1.062884409103454426684261296594e+02 2.216974335336180330548414691337e-46
1.095271919517775508066180569177e+02 8.860102756613696060255660465478e-48
1.128279633659041938773334872636e+02 3.327811159201095553289565856322e-49
1.161917800635567809402358717078e+02 1.173490043078302543621673297784e-50

1.196197128959320104623488874197e+02 3.880967726420921430711844828839e-52
1.231128814433601900609118145086e+02 1.202426327933061417922628432257e-53
1.266724570357601836623386949566e+02 3.486023044105546382152946824426e-55
1.302996660289134625872174928638e+02 9.445545221595566814883993731545e-57
1.339957933637479643435821208364e+02 2.388884274559683949225854100867e-58

1.377621864393393809643026665775e+02 5.631884750754630520125877615504e-60

1.416002593343930403057896427217e+02 1.235928611912160188213664051764e-61
1.455114974166595923936405970079e+02 2.521004202377267433009913724667e-63
1.494974623851777070881731754510e+02 4.772224621999805220517054020724e-65
1.535597977965664401179827482608e+02 8.370019891999578341619585259759e-67

1.577002351339781050590953365465e+02 1.357824341120209853637619284541e-68
1.619206004859756341637536290312e+02 2.033688727153154158744017519558e-70
1.662228219127688750928757391598e+02 2.806838480695353838788461214029e-72
1.706089375892422346465506633095e+02 3.562567607062095973328239094080e-74
1.750811048284146048806174055016e+02 4.149452749293770593460266457155e-76

1.796416101058669946026349646393e+02 4.425007965766321930949020891633e-78
1.842928802258468053418345050204e+02 4.310084261289849665223321554111e-80
1.890374947939541090012929983448e+02 3.824661016761739822392023682989e-82
1.938782001904729675408028759397e+02 3.083547842598792754625941584836e-84
1.988179252737206028047459449936e+02 2.252139822170620842056423253276e-86

2.038597990857698445716648248975e+02 1.485514740645043123171789185206e-88
2.090071708855108678533875111813e+02 8.819635476372656372128494267554e-91
2.142636328987880212805277584919e+02 4.696417822125985072051048332170e-93
2.196330462555781740383874010243e+02 2.234393825454772742691079434952e-95
2.251195706842090277566597965661e+02 9.458787038220740320973770981125e-98

2.307276986582036196816588686801e+02 3.546960831240672613931702385830e-100
2.364622948501776659660189041578e+02 1.172532130034887230041858420158e-102
2.423286419497026982678645198658e+02 3.399090555639915547941644793682e-105
2.483324941623571788920166017798e+02 8.591907200623898045079541036460e-108
2.544801400448691318935438033580e+02 1.881891397353535964729395644556e-110

2.607784767735797365385600645383e+02 3.547358632306256523712374269015e-113
2.672350985289538367639924720288e+02 5.711482228283600474459214964334e-116
2.738584024626936097934146026484e+02 7.789473788044460956107072732965e-119
2.806577167763234923975041009771e+02 8.915898699491269351479711891865e-122
2.876434568992193306384736778999e+02 8.476856358868403207417548329016e-125

2.948273177876477391798066721040e+02 6.617326935494900345407717728242e-128
3.022225132464494653805359817114e+02 4.186216357415709519007664178836e-131
3.098440773266126634477723636429e+02 2.114385168981142071200931970133e-134
3.177092489549062894956780523400e+02 8.382163501367869536416750179622e-138
3.258379701211949496504012779308e+02 2.557202302197677884687797768369e-141

3.342535420676541353751844501744e+02 5.866768642191204372046123603405e-145
3.429835062738253164085089133285e+02 9.849861030064843801988568904805e-149
3.520608535465261850830434269835e+02 1.171383943342068942456857274084e-152
3.615257263923250475990668518389e+02 9.483963265567383663821702301497e-157
3.714278892143275230785179848674e+02 4.977096381123802811665397634330e-161

3.818304441190610801962076168823e+02 1.590898527750997654819806386954e-165
3.928156712408080988093778198985e+02 2.856303829119002923206075680445e-170
4.044947247505150743896660716596e+02 2.582250719691489992650314591223e-175
4.170249029779890158201972775939e+02 1.007350250050797409529831872550e-180
4.306434441665973815583235516679e+02 1.344252500443816318217729833630e-186

4.457430969739279896521717207263e+02 4.182962214036834733897266272207e-193
 4.630800341094462582080137934057e+02 1.457165307726186315944816631883e-200
 4.846155439864439760440631311098e+02 8.640591690468708676928914223540e-210

Hermite n=96 m=0

1.130688831514519464207333925028e-01 2.232700234975347600090782928974e-01
 3.392366188788852431330228130345e-01 2.016130134792342578098561436971e-01
 5.654943662667488856015050246876e-01 1.643796305984970166164109823837e-01
 7.919024787540167343663413054859e-01 1.209831168625153268613895949882e-01
 1.018521831947679901431678081732e+00 8.035395008064207744682092841687e-02

1.245414039906508045223047904135e+00 4.813990673109005345483335982452e-02
 1.472641679022709541696589921269e+00 2.600034027124444905949404721489e-02
 1.700268521938350560224392728815e+00 1.265137511280015835982732337838e-02
 1.928359784145502471918344742766e+00 5.541631289438976732167204922806e-03
 2.156982386193128502909893278507e+00 2.183131976096718268420558951011e-03

2.386205234769779884885538396077e+00 7.726958216816519135886934604218e-04
 2.616099526362388824114753573718e+00 2.454180927305266160978405628201e-04
 2.846739077724782767548932940442e+00 6.985432444541540973979561126973e-05
 3.078200688046818667302886397298e+00 1.779180591822028972463905811259e-05
 3.310564538524305189786013472334e+00 4.048233178777259969684757066430e-06

3.543914636027311914812587400935e+00 8.213544547832808185279692457691e-07
 3.778339308796862832487848251262e+00 1.482969405005007076148382504163e-07
 4.013931763628268908051606335039e+00 2.377366214757428526116371459877e-08
 4.250790715903186454279658353134e+00 3.375584731127704290008550451784e-09
 4.489021106216994933411187786837e+00 4.233593783511022440057443732516e-10

4.728734920352930602791708790448e+00 4.676010385985070621234945293012e-11
 4.970052133166772527721725914113e+00 4.533303374583888193202476518512e-12
 5.213101801818960430161152361379e+00 3.843681724876627691200086520588e-13
 5.458023340070786068103215755249e+00 2.838767395169338665318048945632e-14
 5.704968013525535258079566427477e+00 1.818169130493233489751414292433e-15

5.954100706411726247520200795608e+00 1.004905149157485632686110359028e-16
 6.205602024718310167360628891666e+00 4.766831171186606727630593242964e-18
 6.459670819555121681438135996247e+00 1.928879326837138635831132564879e-19
 6.716527240496518962367942610268e+00 6.612951176481067145003112882123e-21
 6.976416464285181344951829666521e+00 1.906260188687550289098128456816e-22

7.239613294008352879810033414062e+00 4.580601098549914965224395188359e-24
 7.506427894427756591905166593567e+00 9.085965647048833822289943079265e-26
 7.777213031061238212882816330920e+00 1.471241554974182065132626608664e-27
 8.052373330719711729370749779324e+00 1.919970706794878621692266384001e-29
 8.332377307170059551303026749910e+00 1.989546894269527321316192961778e-31

8.617773244214746455148929558461e+00 1.608873207938456834221165517167e-33
 8.909210581459598039225820828944e+00 9.946800059221259194648356139588e-36
 9.207469353371760824331148688551e+00 4.587401665858194971381361448205e-38
 9.513501769412424796465467498556e+00 1.531798964711195809435037053812e-40
 9.828492746191712664637352602873e+00 3.568938561781006537312488711374e-43

1.015395127471368779162178157550e+01 5.537064819782525494976489592886e-46
 1.049185453927653896944767740808e+01 5.383222506970097005124321586345e-49
 1.084488807385358739200873580753e+01 3.022293931502112231548960266738e-52
 1.121687519420216190448661873016e+01 8.733732835919026758097117840581e-56
 1.161362082884291361625526122434e+01 1.093382473751778533234256059380e-59

1.204480674113492242213328105968e+01 4.468702421681318301371569028387e-64
 1.252923074668354251951384993419e+01 3.480841387718182401403298566934e-69
 1.311613002166287716524423933528e+01 1.315337147701052636460514269973e-75

Hermite n=96 m=2

2.249823768156659087136886025347e-01 1.082680634415402875832125539617e-02
 4.500231916302531172422358428909e-01 3.722814795144869828952625868380e-02
 6.751810800786928198384489111213e-01 6.508738820716395752041558067767e-02
 9.005150750224832713993659928864e-01 8.125222258976434439255992551441e-02
 1.126084810088103612379134584940e+00 8.053302765815129860208023074803e-02

1.351950729225407570235386821176e+00 6.642101623279165313124313850767e-02
 1.578174304479629846883397567281e+00 4.672638589984139357453796554122e-02
 1.804818264338976133304215590338e+00 2.844441718939158856369037460369e-02
 2.031946835240769256099057427965e+00 1.511759527534630143119413354979e-02
 2.259625999100634045100791414057e+00 7.054978140518814917020790607123e-03

2.487923770081503325917583330774e+00 2.901531585929596850825656673095e-03
 2.716910494255611088017630153946e+00 1.054071680412696086294322086544e-03
 2.946659176350187321924025372659e+00 3.386783701470668669161189724743e-04
 3.177245838428186037478155222310e+00 9.629814909952779133669475372764e-05
 3.408749916167178717424205721020e+00 2.422937392732464312176517994509e-05

3.641254699398724925680082960441e+00 5.391697790207802199018693464748e-06
 3.874847824803893296397844043288e+00 1.060096496010046483582789944701e-06
 4.109621830189006441983623124121e+00 1.839111780800487227050662537229e-07
 4.345674781668763588575180430609e+00 2.810336669799374597663592187397e-08
 4.583110987466633500257143784969e+00 3.774700890079874925514527911234e-09

4.822041815044285589535224237667e+00 4.445370518220518485684237186481e-10
 5.062586632079756980650053924915e+00 4.577175507990606289576563040000e-11
 5.304873896680870606228339211669e+00 4.107155384116114631031108902165e-12
 5.549042428491556973415856628053e+00 3.199946250935510832848059297969e-13
 5.795242900501247433055100046901e+00 2.155777124988314344634792002737e-14

6.043639602067918075080424375930e+00 1.249979542107189560412687762822e-15
 6.294412537856603322556550500040e+00 6.205381774007870010490313386536e-17
 6.547759946429374931877733969123e+00 2.622089477432278594885451409275e-18
 6.803901348067289950370633223412e+00 9.368394434915099637308792933438e-20
 7.063081266968153883596411876621e+00 2.809157481389701942930751191648e-21

7.325573822621026524247478203938e+00 7.009762953080971151687251438661e-23
 7.591688455615771361408402600146e+00 1.441658245651019210217139295640e-24
 7.861777154900993592390700158093e+00 2.416933618788930721380889171489e-26
 8.136243703370072821533125428651e+00 3.261337299969379206048026092694e-28
 8.415555684260869092715662058159e+00 3.490237947567530383213634016537e-30

8.700260338915779834600063363667e+00 2.911707927072190672190876565502e-32
 8.991005918540137457549421727068e+00 1.855257657088325749670747545624e-34
 9.288571076467069353324892670621e+00 8.810401178746769014447221801648e-37
 9.593906382132353357125556231823e+00 3.026883194984536937943616959174e-39
 9.908194756706155583685644163734e+00 7.251035551822464218394498382495e-42

1.023294269419187577624853411350e+01 1.156001188527719020795868413141e-44
 1.057012414891319021486391400608e+01 1.154367229857052301964595317832e-47
 1.092242030455677654959011224595e+01 6.654751192625785810718340230361e-51
 1.129364831023140923454985742442e+01 1.974434185933786036625236704464e-54
 1.168960373629056010635299023478e+01 2.538250205649493591489110913761e-58

1.211995268961596659916474292771e+01 1.065914428446034004909628348298e-62
 1.260346238709640878312191561607e+01 8.543147067475638976547942270934e-68
 1.318928902970811803406924069559e+01 3.333564295801296873587644443985e-74

Hermite n=96 m=4

3.201733748149469438462054489247e-01 2.228687827007008313327629408213e-03
 5.505485225688167953944284975321e-01 1.545321138155443868061222090082e-02
 7.772923351755484484340737339748e-01 4.509929756362967394422223919043e-02
 1.003039987092049831590122704018e+00 8.347504814849015031802815774336e-02
 1.228511599796236925352109326819e+00 1.135312752388631950146368950977e-01

1.454015686904118924239624866069e+00 1.217355056533148538072696397157e-01
 1.679727784145178389015161750977e+00 1.070134520697016302710227155645e-01
 1.905770223616935123228637642344e+00 7.897949499570171201015164055608e-02
 2.132241249957264257697714780865e+00 4.969651263236571741534823564288e-02
 2.359227543219823721324758226530e+00 2.693769753802220379868310819487e-02

2.586810326885895056248954335555e+00 1.266768560639444851452994905737e-02
 2.815068686463490278398787949024e+00 5.193493915020135974027545606324e-03
 3.044081567376203864486980780101e+00 1.862471490172088789674191543720e-03
 3.273929110041059281314854988135e+00 5.854935879199688388429948509157e-04
 3.504693642561538811895303905557e+00 1.615467687911629620927700623547e-04

3.736460499363767376713802978040e+00 3.914182548983322594722375309953e-05
 3.969318761221356605867082021703e+00 8.327342091177626563403660466019e-06
 4.203361975681041956553500659686e+00 1.554593993944778166099047510057e-06
 4.43868898404468045719628421722e+00 2.543808995453825068282175826503e-07
 4.675404286898062902549652587793e+00 3.642695366761168353006262658404e-08

4.913619774468852104011954162685e+00 4.555694080963037252340071143936e-09
 5.153454852072323433034170929928e+00 4.963767048849188712063050806615e-10
 5.395037988128601977032562570358e+00 4.698185477240541137581469412947e-11
 5.638507921096803398302634521833e+00 3.849848669574390220027114305742e-12
 5.884015166736822054903560383695e+00 2.720614757788971934819303578861e-13

6.131723792011636208829119012977e+00 1.650741959164097232394081539240e-14
 6.381813521308962980659096276688e+00 8.556545060860654124872995496056e-16
 6.634482259362711601607752853983e+00 3.767489165145698293822983669544e-17
 6.889949140848828253856615620477e+00 1.400030734615404592092196167972e-18
 7.148458251990308514510218364759e+00 4.358884245199125446024215095692e-20

7.410283218980627722019778545855e+00 1.127582171940736451445058556829e-21
 7.675732928306552288375358099517e+00 2.400636900966371668185165992739e-23
 7.945158745592346613007408759327e+00 4.160759241695792192222012939226e-25
 8.218963749178978979067527592953e+00 5.797209854213670525163890534042e-27
 8.497614719874543451131728935936e+00 6.398970018409780636905314280588e-29

8.781657975804738151117459333888e+00 5.500388433189172136446323804166e-31
 9.071740692498583357545572909449e+00 3.607781179419884677881689600651e-33
 9.368640250777163545763267154899e+00 1.762229580321139843155139672608e-35
 9.673305687273306061273612746042e+00 6.222640387609233016331797340959e-38
 9.986918036837033393874146548107e+00 1.531141457087162955510567767739e-40

1.031098141188987183949977934330e+01 2.505992897863214913119862353201e-43
 1.064746666492598770360176623912e+01 2.567993812708443215406946224857e-46
 1.099905078047712584351646743298e+01 1.518780230622613039041254750952e-49
 1.136954493311783979052655354954e+01 4.622578358525362981817439514324e-53
 1.176473560334342018462884573649e+01 6.097248718161380003065135531531e-57

1.219427366554001601830387176493e+01 2.628697831065084185229528721107e-61
 1.267689653957190814518221070050e+01 2.166015024014401391023133435289e-66
 1.326168154733355363503223158616e+01 8.719482110107236657093631943323e-73

Hermite n=96 m=6

4.086360072714182106685692253606e-01 9.643020241080577695892853538432e-04
 6.449815593214303385738607677142e-01 1.098591922343385060824198329101e-02
 8.741485343166010787543734753668e-01 4.730334408716533066010655038914e-02
 1.100968449512238070987023985939e+00 1.198788449422906563371149221420e-01
 1.326848373285791560222583370796e+00 2.117186491066713730755115654657e-01

1.552387746579568939535673058711e+00 2.834761899124103091030028935890e-01
 1.777907372618462388145990923868e+00 3.019790101259204289093000826334e-01
 2.003610307502230483025948264476e+00 2.637773974423044974249972780407e-01
 2.229643181954153453849305965886e+00 1.927378267760812133245695868954e-01
 2.456123361675541934996824086133e+00 1.194336686321928612026014359541e-01

2.683152393859193742845791867852e+00 6.337515009789276225631597467567e-02
 2.910823291794221378410912539384e+00 2.899617589495161309603038442443e-02
 3.139224807694188636822470146125e+00 1.149547385818788463973599293483e-02
 3.368444137583265597598437140551e+00 3.962511503879659636281505768649e-03
 3.598568772722734107711939946726e+00 1.190334249413202076593513188003e-03

3.829687875206898939160094525273e+00 3.120486998246690421044272346534e-04
 4.061893389850509783901679839527e+00 7.143354654336893909854116513147e-05
 4.295281019156591301028052981943e+00 1.427899110242852278334812171455e-05
 4.529951142674195748946104310297e+00 2.490845963090339152685322289951e-06
 4.766009737542094314318690788252e+00 3.787554975433940237540384706078e-07

5.003569344207839470880530425426e+00 5.01215725888888880175928405711e-08
 5.242750115536816701048153596204e+00 5.760000635719539376195228988053e-09
 5.483680986420363760730020062904e+00 5.733472212131662685426837195485e-10
 5.726501003444797551964680698562e+00 4.927835647705991625723093099172e-11
 5.971360859834531346245369475854e+00 3.643791113883565373293288428239e-12

6.218424689904045823385915250518e+00 2.308222471409768978826290588399e-13
 6.467872190287270125341916455904e+00 1.246600026889779076177370175812e-14
 6.719901153422500367740633102453e+00 5.708224854627735947163776179899e-16
 6.974730524001237383734143799002e+00 2.202228086526708404065668677737e-17
 7.232604124164874453573097855112e+00 7.107065246741893936070991078677e-19

7.493795242466341220484630123400e+00 1.902927464030257886208937273871e-20
 7.758612351657766422859575013754e+00 4.187727300361425663093802495922e-22
 8.027406321662733499998127069258e+00 7.493204685565756351480162625382e-24
 8.300579643389055284727972177193e+00 1.076628249204517283020862077302e-25
 8.578598403866837826553795646753e+00 1.224216669779954607599490528509e-27

8.862008100119440216169059837707e+00 1.083009083824025316930106859226e-29
 9.151454929506257292917051033018e+00 7.304605474519202428389194400749e-32
 9.447715095297507286038384457823e+00 3.666081543839057751751620414727e-34
 9.751736196118897583838144960148e+00 1.329232965723356305219002801937e-36
 1.006469747811556592285779023856e+01 3.356390305562924539296421970782e-39

1.038810077663308993183720432772e+01 5.634500812542511217134968522913e-42
 1.072391395976619380223459218512e+01 5.920052890430718160735581331598e-45
 1.107480995296678186359505001739e+01 3.589055545802520802040941268034e-48
 1.144459413613285113915707928781e+01 1.119692197070860813677104085518e-51
 1.183904415316051986947382981037e+01 1.514130565449959211927831785035e-55

1.226779604856392940344499429956e+01 6.696494347683643260488339392457e-60
 1.274955820944675364390229520514e+01 5.668188668666253248797130253916e-65
 1.333333108082308080753482322414e+01 2.351966976133884580043583251682e-71

Hermite n=96 m=8

4.930359011677365917057459477925e-01 6.944106681024279146195448123593e-04
 7.351647762854010505876594766171e-01 1.168279798838367169751305462294e-02
 9.670242780487689673126810651263e-01 6.889718016960265484420582944202e-02
 1.195228655775324944524746357370e+00 2.267618571849229486928059081974e-01
 1.421801900821948798227733121026e+00 5.001180433922173105847613203140e-01

1.647624517650641180863548621397e+00 8.114927471520195686925473956928e-01
 1.873165589713459562374748134026e+00 1.023144431001547661445799985364e+00
 2.098714204920555601234689821832e+00 1.037809411484863739299922461835e+00
 2.324470403182237402389126992492e+00 8.669031566024407078663188274578e-01
 2.550586435691788756997291560891e+00 6.061517780622424108517552391956e-01

2.777187554896185979187931816412e+00 3.589436581924556175466910751303e-01
 3.004383397323877533498732146705e+00 1.815496881566919163140210476748e-01
 3.232274672501091155884684310993e+00 7.891915002817004114295109762267e-02
 3.460957357486272239472527503474e+00 2.961667189941621424870661742464e-02
 3.690525501682678417623823130384e+00 9.625684576726347465385895277794e-03

3.921073232200017276040936678475e+00 2.715090539904618255002463701466e-03
 4.152696293150518363312300661587e+00 6.654753997760309925234861572388e-04
 4.385493317547725309949799832404e+00 1.418046965926616558608363792882e-04
 4.619566957171272435828386261880e+00 2.626596854091083035149187006822e-05
 4.855024954991261522723130960900e+00 4.225882907941114297405072909071e-06

5.091981222135726028077724333473e+00 5.897938003034868095299850859933e-07
 5.330556969528517761268977254412e+00 7.127683366510494752403153369479e-08
 5.570881939350044550947788235725e+00 7.441154239947986631036771415376e-09
 5.813095781406183804246799044248e+00 6.691477212593404174523682211900e-10
 6.057349623464719616756715797845e+00 5.165329456269999394451720915420e-11

6.303807892499448730626999923281e+00 3.408915892177082471263616412935e-12
 6.552650456022174069608516972732e+00 1.914462285901741439811595552969e-13
 6.804075170325283920363569957489e+00 9.100255987245849416297397223169e-15
 7.058300947268460355552084620848e+00 3.638801314918086797956019629478e-16
 7.315571485992889436407888960028e+00 1.215330172344322945217346145305e-17

7.576159864907989900637529576892e+00 3.363163392906907245543936145594e-19
 7.840374259090047651287384038090e+00 7.639859856876679235144867252120e-21
 8.108565149271118292796739111565e+00 1.409476817385354895658055493954e-22
 8.381134537590706835918574172511e+00 2.085842611920639084688141086180e-24
 8.658547909714844407555723926763e+00 2.440504132810974605124990106435e-26

8.941350029284242045998233063383e+00 2.219603780902631670760163500064e-28
 9.230186200122962436475757831660e+00 1.537851879142351608134649962503e-30
 9.525831531277009546434264624060e+00 7.922861739882151653686354666290e-33
 9.829232267500358726352942624817e+00 2.946913321254588156126912465062e-35
 1.014156595390055564461852662464e+01 7.629344885819291172550070380110e-38

1.046433224373285319392920447600e+01 1.312570557698602720462696249557e-40
 1.079949612868085040471610927034e+01 1.412852423172629212629848776634e-43
 1.114972660533857771840801428415e+01 8.773336523346234627006521795486e-47
 1.151882342772831896623928655552e+01 2.803375622898309343474200940615e-50
 1.191255564266073715279222693170e+01 3.883610970798276424093548173579e-54

1.234054484767732607658521939021e+01 1.760649587384258804969114100794e-58
 1.282147112652788860362825479310e+01 1.529725194090147550280746168242e-63
 1.340425996164656120196067555612e+01 6.537254936928484774795814660539e-70

Hermite n=128 m=0

9.798382195581895431377132468618e-02 1.940976118640877569776970287225e-01
 2.939661103002957028133518674044e-01 1.797730839077992649886979561022e-01
 4.899923604154589180890443856367e-01 1.542104352983543833635277132836e-01
 6.860919752173348720452864326905e-01 1.225032731641356946186646056109e-01
 8.822945007929814060005083432269e-01 9.010867837644891954805743980399e-02

1.078629684810908930471007575703e+00 6.136072100449006566465106925699e-02
 1.275127536089158321432510826233e+00 3.867395481063690265502488671356e-02
 1.471818385674486000678375605460e+00 2.255431016782442241024982224923e-02
 1.668732949803723630486601211909e+00 1.216691886446933949101663288563e-02
 1.865902395140598696649124077990e+00 6.068862406925887620668014199269e-03

2.063358406708565977681751367495e+00 2.797839401605789273190803682523e-03
 2.261133258973062280284208177523e+00 1.191563814457167239116805610408e-03
 2.459259890565739401936776191993e+00 4.685515378084113654798021268418e-04
 2.657771983189483996310816219916e+00 1.700140882628094094098971557634e-04
 2.856704045297405282651849105437e+00 5.688743760040241092701878858822e-05

3.056091501202680055957840916841e+00 1.754048584809390503836776197909e-05
3.255970786350659346652905677001e+00 4.979924532590987011340992705981e-06
3.456379449571737482209434453368e+00 1.300747003238199233513755866984e-06
3.657356263235308096230587406178e+00 3.122872986178903081979449917514e-07
3.858941342344281826590626731183e+00 6.884581122154350090644062663124e-08

4.061176273749272824277547657897e+00 1.392190715293517881195788161746e-08
4.264104256825519156749790435999e+00 2.579397229426394801149805695268e-09
4.467770257148582683446318317225e+00 4.373186659848403445632172536186e-10
4.672221174932638922145674703730e+00 6.775780487774553786308396491931e-11
4.877506030264814412167551734907e+00 9.580316508735857708620663585480e-12

5.083676167489339906735053683003e+00 1.234214486600556690816236044371e-12
5.290785481477179576436741808655e+00 1.446347321190416563205909284280e-13
5.498890668973909484522189260087e+00 1.539049730353545814249810703833e-14
5.708051508768086261774908791132e+00 1.484223837513856482911895568900e-15
5.918331175085811675116817434458e+00 1.294548159339371534395456955600e-16

6.129796589422162024620595978774e+00 1.018933230423292524036582044691e-17
6.342518817001779471729389555727e+00 7.220107316928292019644377341307e-19
6.556573515264482889625788942886e+00 4.594007677329721592211726053893e-20
6.772041443255928858206886218773e+00 2.617457583934811155868731666743e-21
6.989009042644774011852237444378e+00 1.331367859033589604405994294736e-22

7.207569103387333854417799471093e+00 6.025984032006454288646569872263e-24
7.427821529952301115657395520734e+00 2.418403459647664969603905743957e-25
7.649874227681006561131849953275e+00 8.572830483769353744549325497395e-27
7.873844133535434466787108918844e+00 2.672923620058073240172664371834e-28
8.099858421507896075457943481098e+00 7.296545006768404253818687043209e-30

8.328055920790146645008020036717e+00 1.735103020282061208816016881382e-31
8.558588795064508288960303800717e+00 3.574378895879421072164570348026e-33
8.791624544888686406350402914272e+00 6.339913526366489060767539973884e-35
9.027348413394788344826655732796e+00 9.616708067967506977595218244602e-37
9.265966300296175921853640375173e+00 1.238085557976368037618838166903e-38

9.507708323279056576954901826744e+00 1.341497481764369366965568415626e-40
9.752833213439168674549426141513e+00 1.211779534130591907354349400912e-42
1.000163379893012284601113630005e+01 9.028040138786644009179615645741e-45
1.025444392847093071702454366046e+01 5.480217028978796498206162830512e-47
1.051164732991486861739413692790e+01 2.672743751736067854520219899160e-49

1.077368911516144067131166098962e+01 1.030486252055694734226723308562e-51
1.104109097601963338424289867191e+01 3.082077383339298687104255411632e-54
1.131447164428997791721200284514e+01 6.993072924051955987987474150598e-57
1.159457505474145174678208459080e+01 1.171978501212980517385598883733e-59
1.188231011887831158083591680926e+01 1.404467257740487260441865920030e-62

1.217880861983124631327406930947e+01 1.156155164096375213347254094680e-65
1.248551258534944816069905660842e+01 6.214244161830313662409307302240e-69
1.280431208206713129501371416543e+01 2.041585797243985015800692473788e-72
1.313777478802765110106505867185e+01 3.751215868804724996562746242353e-76
1.348955641262314182637911777505e+01 3.401230086936637126866928667296e-80

1.386520698447624158977684332026e+01 1.261249483338538303309322166297e-84
 1.427398130478783556250943565636e+01 1.404689771315088634798657253446e-89
 1.473384247358929905561314471775e+01 2.608172402409111079248851484591e-95
 1.529181976688274097174678865517e+01 1.799065980109284720823363388052e-102

Hermite n=128 m=2

1.952131288034075738016077542304e-01 7.161404452753485755447726818430e-03
 3.904549911050460047805138673834e-01 2.555981896764681911072360418018e-02
 5.857543754328056971196529813694e-01 4.755621776680592611393832204837e-02
 7.811401806817602892381405467411e-01 6.478443772791517576811632021308e-02
 9.766414720708675571265347008815e-01 7.186664306245875552537181490001e-02

1.172287538037123182643912167602e+00 6.805956775005332884278424833514e-02
 1.368107948396050479737913590787e+00 5.642045976251588718006832060257e-02
 1.564132614111862986561396179833e+00 4.155279191562987032228313161512e-02
 1.760391849039214570046819767950e+00 2.744486973384442965386210411100e-02
 1.956916434021515031734969537111e+00 1.635826530624077796690152966637e-02

2.153737683758794651328130860251e+00 8.836815925780950802166407037184e-03
 2.350887516891613743365158680105e+00 4.339527585552986565359898685821e-03
 2.548398529787224222342399626605e+00 1.941302912538436296256453640245e-03
 2.746304074560938308861625083560e+00 7.922876931169098572768586838333e-04
 2.944638341920458898590292004314e+00 2.952802540677218036965426551822e-04

3.143436449484999818551571302242e+00 1.005556764287198184463829812770e-04
 3.342734536305846535641351888655e+00 3.129869577425806860206215683021e-05
 3.542569864402357088109425553031e+00 8.904523609824741695053184815366e-06
 3.742980928229426970203556628731e+00 2.315174895234712376043334321281e-06
 3.944007573111740345910775925891e+00 5.499045335799233524033277553825e-07

4.145691123819858859432277551340e+00 1.192583275315060163908292249261e-07
 4.348074524627200392870866179880e+00 2.359863581806680409945874958120e-08
 4.551202492379927517865524415056e+00 4.257117202278969831677656286294e-09
 4.755121684339456606984121058711e+00 6.994321611249645746583974672335e-10
 4.959880882826804944410198591918e+00 1.045407240981539213026658730154e-10

5.165531199018087987494459254236e+00 1.419651242701294480714175093896e-11
 5.372126298622068105444065691240e+00 1.749109741744295798529332454027e-12
 5.579722652627365177211950764110e+00 1.952132773141617497006874132592e-13
 5.788379816855882711895003665735e+00 1.970190346058251661120215662027e-14
 5.998160744721798632352475569558e+00 1.794698974579374912122858068710e-15

6.209132138399587241392753623414e+00 1.472521761902866240142130917329e-16
 6.421364844585103668131841214655e+00 1.085773779729810180834110712881e-17
 6.634934302235988503028620962022e+00 7.177246294149504884855756410734e-19
 6.849921051160149253397171785677e+00 4.241854364944015639228510454803e-20
 7.066411312160390699123896916065e+00 2.234952097874189092826833002478e-21

7.284497651740153727252588352361e+00 1.046446580634061905282535468485e-22
 7.504279747263522406014736984753e+00 4.339094999985048683233686848173e-24
 7.725865272121284768582258807260e+00 1.587350751667254456270017006325e-25
 7.949370925126050270694415662400e+00 5.102022777812657118518222387196e-27

8.174923634373989788015169103377e+00 1.434296291203289331982189819641e-28

8.402661973625350125728895927904e+00 3.509125198444607010329460835093e-30
8.632737839508435524056017677589e+00 7.430845530372680640942349935709e-32
8.865318451444604450060598842451e+00 1.353696636092310672582903244544e-33
9.100588754418776307054196988709e+00 2.107288606047647309084637272339e-35
9.338754329463296833131447737534e+00 2.782202334991659048861055450753e-37

9.580044950765230547189969253683e+00 3.089370288470749397325682065278e-39
9.824718975833152929811632276642e+00 2.858032849989677897005833114272e-41
1.007306882258403851680711095954e+01 2.179421631218668978991589941846e-43
1.032542788457359335553098037560e+01 1.353346991047341136559003586444e-45
1.058217937897351386381776863555e+01 6.748548331544063731807870946867e-48

1.084376783771554412325888678717e+01 2.659092565352118941768492821711e-50
1.111071428514164593820673699062e+01 8.124347083855750209524815589345e-53
1.138363667351193649190414016008e+01 1.882355707110398763169747994629e-55
1.166327801206895231118959765205e+01 3.220310579803746971502704115781e-58
1.195054609276918231485872034181e+01 3.938333977400114432755904264545e-61

1.224657131502400168404040648192e+01 3.307832619486855131608068165760e-64
1.255279395244453978784110092143e+01 1.813741433670956133429077833061e-67
1.287110177890362827589380406810e+01 6.078318172619784394272684033901e-71
1.320405935967419219829031441466e+01 1.139283001911031422599721366744e-74
1.355531796613085670228169464529e+01 1.053942759926549439202832684657e-78

1.393042086647918054352655339888e+01 3.989087905191167378150147916494e-83
1.433861152900896728113622170781e+01 4.538023754737904983044976870487e-88
1.479783089649030806288456080502e+01 8.618927879050050385610689227349e-94
1.535504967468312855491677460193e+01 6.100871323422236308145635428466e-101

Hermite n=128 m=4

2.781505066251179484791582182404e-01 1.130861985677175544703728865400e-03
4.782538703905313931232034728801e-01 8.232631402533508986937125967488e-03
6.751488848123074449444990173677e-01 2.585143587570049477619413364144e-02
8.711031533611329651843183026216e-01 5.276921925324835772692184657873e-02
1.066720116393411089358179438260e+00 8.114557751853672062817396846017e-02

1.262245098301603069199195466778e+00 1.008873535312474577507383079614e-01
1.457807249142958807178967057449e+00 1.054942914369006956141824381405e-01
1.653488715770360354692437469044e+00 9.505221438568208615713256597319e-02
1.849349792306095084912190558422e+00 7.497783995203069164094485553251e-02
2.045439642820448658612052052034e+00 5.234512891775383051308088832488e-02

2.241801436723190570290013091176e+00 3.259519805422111687322649600453e-02
2.438475043903185062646114668484e+00 1.820568389844810560588604748442e-02
2.635498562473745258674641939882e+00 9.158758873558356043087767466648e-03
2.832909247039586932696247260639e+00 4.162728484335247315516566323007e-03
3.030744111558263902178860516580e+00 1.713245278483583439796088355628e-03

3.229040347923666128718287603730e+00 6.395605966882572150467868833803e-04
3.427835637083078084390534073002e+00 2.168071628522821510204314976550e-04
3.627168396606397034906546712288e+00 6.679324801195748420317610579450e-05

3.827077991006072252562617186416e+00 1.870909036569735128534827659135e-05
4.027604921300557694699771210256e+00 4.765473448170775229923439341258e-06

4.228791004691315542249290290330e+00 1.103718066661096566911717930295e-06
4.430679551933841456518668677622e+00 2.323694522160153178900161040319e-07
4.633315548047227987652268575318e+00 4.444793084081938881558731380011e-08
4.836745840888636674925066187975e+00 7.719284422064555708367654384725e-09
5.041019341518235414251749184549e+00 1.216127650999273285511522275961e-09

5.246187240025736820821661492295e+00 1.736225190541044193244985232088e-10
5.452303240484816813185376072426e+00 2.243526558132063080205809424030e-11
5.659423818893918008239735314113e+00 2.620313057759974181837393328471e-12
5.867608508326925661248339596822e+00 2.761811950207502854381584049797e-13
6.076920216050073354019687500583e+00 2.622390256679637918692078746530e-14

6.287425578072415852641231094110e+00 2.238844389803872329178920276946e-15
6.499195357510000419352144538281e+00 1.714937082596808176445264136086e-16
6.712304894295995790724659655051e+00 1.175850693716571384565170433309e-17
6.926834615213839661068384624820e+00 7.198115615929219199651168305895e-19
7.142870615040805838404642410973e+00 3.923050754310977166369184912919e-20

7.360505321863401694703839048822e+00 1.897696128999142310879273920184e-21
7.579838262495497437602878792863e+00 8.120043124176329810341928699528e-23
7.800976947572698150344527565449e+00 3.062027724844639959597882475557e-24
8.024037900553165479233100992130e+00 1.013473995218090078846685508567e-25
8.249147860855576232428178567596e+00 2.931078749068653569355221779829e-27

8.476445199164818334368685641080e+00 7.370821254088723139779327423624e-29
8.706081593172182564058678674710e+00 1.602941493748578065459804581391e-30
8.938224025590228716626296807229e+00 2.996538201057715294331577095064e-32
9.173057184485217732853287528588e+00 4.783210457163127866797554944180e-34
9.410786370681923680924953185065e+00 6.471120040097545200410935321141e-36

9.651641050995785054353008836808e+00 7.358235229679477002097149525207e-38
9.895879243515541407989218405010e+00 6.966589830657875475521420435758e-40
1.014379298850269907129440685163e+01 5.433730625865659283177887619935e-42
1.039571525571997050822250994484e+01 3.449388363869428492447091353033e-44
1.065202878220899179893708167461e+01 1.757556276978884075197876797252e-46

1.091317755009512676871075490407e+01 7.073035021943066833443000428676e-49
1.117968194651682553040156164788e+01 2.206276058982412919202495421236e-51
1.145215917515425644905437370994e+01 5.216946766313827252184242440178e-54
1.173135135213715942594665017846e+01 9.105840040923786648018154297953e-57
1.201816518475192787851382794063e+01 1.135869204035713341063515816219e-59

1.231372972745247832983542222965e+01 9.728890478196071303017087307551e-63
1.261948354445744394621981974870e+01 5.439240728960522166032517760556e-66
1.293731217088629392864718669047e+01 1.858503916733626554403342560378e-69
1.326977712796220867853286859206e+01 3.551793085321414098261884131150e-73
1.362052534224776883333938409198e+01 3.350804600245519790849783181924e-77

1.399509345854325966855731382135e+01 1.293874722868615620299235706429e-81
1.440271383681708874711408857162e+01 1.502765791941224864639394913148e-86

1.486130569702292263988003686085e+01 2.918044203355647958903049755103e-92
1.541778232277819518557773884348e+01 2.118446974821898518597391488762e-99

Hermite n=128 m=6

3.554275685023179809203574441748e-01 3.781973843376751642431689176057e-04
5.609484956901274151795282242266e-01 4.574536058726025791390076308748e-03
7.601627864203846050831830153943e-01 2.141936682455558629479189187448e-02
9.572517934917608763591688001604e-01 6.047648650929072599087929473647e-02
1.153417707732863167902143155662e+00 1.219485315452371144016191888915e-01

1.349159659503687017636184822226e+00 1.911134026060150218501528904120e-01
1.544733731406488955776355251940e+00 2.443751111720248656152375109435e-01
1.740292774853526790431388379668e+00 2.628843857559378738033452483472e-01
1.935939607485986973748516593032e+00 2.428314879147107712727160687244e-01
2.131750483537423428949724517972e+00 1.953860687962201519405537797911e-01

2.327786620956822729074786984223e+00 1.383631441268684095683018872405e-01
2.524100351604382420857435291228e+00 8.689737042082220811557445549768e-02
2.720738631530066299424201735092e+00 4.867996278230710135109466506952e-02
2.917745163604630554970455874125e+00 2.443147151738449532949291710396e-02
3.115161749697637047293724283059e+00 1.102182017885688325856165357250e-02

3.313029195781320744642476948512e+00 4.480879005784379004685488061079e-03
3.511387948375898822688454158034e+00 1.644778710288018703694655919210e-03
3.710278565284184339218994425018e+00 5.458747722212450920231065261611e-04
3.909742082452256819833468903978e+00 1.639622769201318063981299121797e-04
4.109820315520424599579838734792e+00 4.459948736716008145077029755520e-05

4.310556121023096649482877503486e+00 1.098973386115589256644487213811e-05
4.511993634032527749681759074856e+00 2.453210357031353107291847467729e-06
4.714178494050107898226598883709e+00 4.960048836545364859305879972755e-07
4.917158067869725842683286305462e+00 9.079393958543259078311077950616e-08
5.120981676251201496213582027882e+00 1.503740227023204040749545219570e-08

5.325700830127908951219686581348e+00 2.251502185413145743484414256913e-09
5.531369481483092788295307779360e+00 3.044456492069068605192885303409e-10
5.738044293817206370543629654590e+00 3.713265107402438102929712866946e-11
5.945784937209654402568278122755e+00 4.079418516814138041064902192388e-12
6.154654413308989806196582721170e+00 4.030314328465630682000120091526e-13

6.364719416150625667590570285375e+00 3.574311396258200585848084850317e-14
6.576050735507127305548891155569e+00 2.839759445841998152552424488764e-15
6.788723710549084609288247036440e+00 2.016660259165847535087014649449e-16
7.002818742979780520747661325450e+00 1.276936932768534187679149431767e-17
7.218421880571632922250985120845e+00 7.189600065782415343655760063542e-19

7.435625484270828429677450441591e+00 3.588657790878842041807008627987e-20
7.654528994877583968042466036376e+00 1.582757364690922417277088313055e-21
7.875239818928509431044452293764e+00 6.145697265730438214923644325224e-23
8.097874358043847443345941423736e+00 2.092489886216643719212498886050e-24
8.322559211984191361423335829712e+00 6.219780588314521013824047220715e-26

8.549432593442966155745510960041e+00 1.606172484159641691596710548850e-27

8.778646002817985257306082468795e+00 3.584073907689798129241147978881e-29
 9.010366224757296825954682261093e+00 6.869694648233346526059009074909e-31
 9.244777726451492308042687727224e+00 1.123545754968748966906438315660e-32
 9.482085562324129004624994971128e+00 1.556391154924939671628112058527e-34

9.722518923729473335876596973663e+00 1.810979777184080976445763324609e-36
 9.966335519677153966279970263579e+00 1.753521231539430126367626638663e-38
 1.021382704186582848799457746334e+01 1.397999755810425844072618345092e-40
 1.046532606443827912071806595063e+01 9.066788122974509114912339991860e-43
 1.072121487190915760160816943004e+01 4.717630190450194415420861050773e-45

1.098193692401957126225686689170e+01 1.937945146176167576276344233876e-47
 1.124801199839967069330179479779e+01 6.168101459137006093074754901141e-50
 1.152005657867416809182568036689e+01 1.487705555097707248183779210266e-52
 1.179881191792863472894806541848e+01 2.647900289705324842652596353714e-55
 1.208518367135545020849342498044e+01 3.367317525358139166957063189887e-58

1.238029958489568894261079806095e+01 2.939747464655162795750687765051e-61
 1.268559655570839614134605217419e+01 1.675022255238167361526856783489e-64
 1.300295793154241277227861882474e+01 5.832570431671461641101637973736e-68
 1.333494225526622264609712242242e+01 1.136006251211418098822842261276e-71
 1.368519219807991677429417343085e+01 1.092448284531272318093453163700e-75

1.405923791325743515266805869573e+01 4.301633785077819498082854251010e-80
 1.446630086906305638179483830481e+01 5.098453583540869738068522143495e-85
 1.492427898217134362097541986088e+01 1.011683413055316825790573695692e-90
 1.548002922335796032980730975816e+01 7.528795180715087662466083933188e-98

Hermite n=128 m=8

4.293379624048960096556386154476e-01 2.120043889609444549226411266582e-04
 6.401177025850184629839938037780e-01 3.828483365293595576116996315011e-03
 8.418832930725302306984028640005e-01 2.480589519185711605411943326949e-02
 1.040374059370437496832221009119e+00 9.185983590331502158776576800254e-02
 1.237331328548433173364371962759e+00 2.335092003432226324139402725818e-01

1.433500010438126078131948294995e+00 4.475265649314597538108615327634e-01
 1.629266012575985050149121945708e+00 6.832434003779075812699439685127e-01
 1.824857652339671712581340591957e+00 8.607217313780536852271589914622e-01
 2.020424720237040701162058797159e+00 9.163346536694379659839775079705e-01
 2.216074258687152901549190634381e+00 8.384848660796382066971463333778e-01

2.411888500031806557789489925978e+00 6.676607620422726015163868129576e-01
 2.607934594890466149041978937536e+00 4.669338833037440591981420253407e-01
 2.804270232406784780529134355877e+00 2.888384254936958327931993982287e-01
 3.000947064280924776765097777762e+00 1.588962135598815866399651811656e-01
 3.198012890331284532255141602401e+00 7.806583094761351404126924557253e-02

3.395513114552303304607791696161e+00 3.436515924478504256653990603641e-02
 3.593491755920073988491132192617e+00 1.358887760302365457018583840549e-02
 3.791992179633326302467327209568e+00 4.836080826960740485589785487468e-03
 3.991057649085777216969276851427e+00 1.551207519543483279240140239757e-03
 4.190731761410361536423489491500e+00 4.489037380637751342140735129416e-04

4.391058807279032022974953647520e+00 1.172812927499899826067826334350e-04
4.592084082176072158030917450324e+00 2.767233369906871081788759796375e-05
4.793854168000968061251132249328e+00 5.897017640955046217409058363037e-06
4.996417198586444968421716063305e+00 1.134766499950485203311689550000e-06
5.199823119376977619625316414656e+00 1.970986775867495071135684864019e-07

5.404123949416822511844612013483e+00 3.088042760411952929370772085349e-08
5.609374052531864309742561955792e+00 4.360456057448645671296191643102e-09
5.815630423906156791937884818266e+00 5.543264778563995329083818375997e-10
6.022952998001400202099601036082e+00 6.336225373435573443507182502880e-11
6.231404983858755664654325514519e+00 6.502531425858493015756266416958e-12

6.441053234213272474330871947090e+00 5.981142105061088890324184584715e-13
6.651968655529006723928013877613e+00 4.921559442243680450686466104681e-14
6.864226667040264852108653082081e+00 3.614973419086287011502304280108e-15
7.077907718197413518124439603154e+00 2.364568482615785055924886484505e-16
7.293097875625099307455078935187e+00 1.373695111809598054988766958494e-17

7.509889492895975054965238782704e+00 7.067169351604356102562920579633e-19
7.728381979229609246277442611599e+00 3.209294066000656374134779387272e-20
7.948682686817035555527956272653e+00 1.281826006722904971504256645197e-21
8.170907941083622534650758214959e+00 4.485288029211856608427792426382e-23
8.395184244163215204372303560528e+00 1.368992362390803181750938402745e-24

8.621649689617688802647605064626e+00 3.627181015121578668862542140666e-26
8.850455636632208085384530356908e+00 8.298088266143010921987246981847e-28
9.081768705445561406544418385584e+00 1.629503327108363427263774968357e-29
9.315773173925232966717030223641e+00 2.728580158406603900206407011829e-31
9.552673879843374577026639901645e+00 3.867427125127114953975795791604e-33

9.792699767324653361814933640349e+00 4.601727464793213237273629877730e-35
1.003610826328982339021961511471e+01 4.553919294814989127922810150967e-37
1.028319073690154701577832968012e+01 3.708751341421102179602554964402e-39
1.053427939203541066014484770142e+01 2.455928331939668861806779762648e-41
1.078975608567120997504382536087e+01 1.304184124845269031409310424925e-43

1.105006378015235141044780823635e+01 5.465583703090251183444378363748e-46
1.131572166900245533938418793195e+01 1.774068508612374628757752548478e-48
1.158734554212984320000221012224e+01 4.362351743693272633301752328397e-51
1.186567581753000461720956183557e+01 7.913518355138054109218095056826e-54
1.215161712879039226767869036827e+01 1.025453822307518982605840282215e-56

1.244629594766977378171857953035e+01 9.120714512162157085538504094624e-60
1.275114754438473662663447140177e+01 5.293903015332882841308290455898e-63
1.306805312826824513403356526495e+01 1.877737268962364535099803021738e-66
1.339956832671103976975500986061e+01 3.725637094587733448239655075383e-70
1.374933164147847285818517041068e+01 3.650478273828988712400254903267e-74

1.412286686135592814144925298308e+01 1.465150089304903632554481252718e-78
1.452938477196717829996140309644e+01 1.771334673860516973007741054502e-83
1.498676239207712749620604886535e+01 3.590140981294635966349425047549e-89
1.554180145198667749404372933117e+01 2.737308595872190658599708090218e-96

REFERENCES

1. Milton Abramowitz and Irene A. Stegun (eds.), *Handbook of mathematical functions*, 9th ed., Dover Publications, New York, 1972. MR 0167642
2. Herbert Fishman, *Numerical integration constants*, Math. Tables Aids Comp. **11** (1957), no. 57, 1–9. MR 0086391
3. Gene H. Golub and John H. Welsch, *Calculation of Gauss Quadrature Rules*, Math. Comp. **23** (1969), no. 106, 221–230. MR 0245201
4. D. V. Griffiths, *Generalized numerical integration of moments*, Int. J. Numer. Meth. Engrg. **32** (1991), no. 1, 129–147. MR 1114216
5. D. J. Hofsommer, *Note on the computation of the zeros of functions satisfying a second order differential equation*, Math. Tabl. Aids Comput. **12** (1958), no. 61, 58–60, E: [9, (C2)]. MR 0099752
6. V. I. Krylov, *Approximate calculation of integrals*, Dover Publications, Mineola, New York, 1962. MR 0144464
7. Yudell L. Luke, Bing Yuan Ting, and Marilyn J. Kemp, *On generalized Gaussian quadrature*, Math. Comp. **29** (1975), no. 132, 1083–1093. MR 0388740
8. Richard J. Mathar, *Untersuchungen zur Dynamik des optischen Stark Effektes in Halbleitern*, Master's thesis, Rheinisch Westf. Techn. Hochschule Aachen, 1988.
9. ———, *Numerical representation of the incomplete gamma function of complex argument*, arXiv:math.NA/0306184 (2003).
10. Philip Rabinowitz and George Weiss, *Tables of abscissas and weights for numerical evaluation of integrals of the form $\int_0^\infty e^{-x} x^n f(x) dx$* , Math. Comp. **13** (1959), 285–294. MR 0107992
11. Herbert E. Salzer and Ruth Zucker, *Table of zeros and weight factors of the first fifteen Laguerre polynomials*, Bull. Am. Math. Soc. **55** (1949), 1004–1012. MR 0032191
12. T. S. Shao, T. C. Chen, and R. M. Frank, *Tables of zeros and Gaussian weights of certain associated Laguerre polynomials and the related generalized Hermite polynomials*, Math. Comp. **18** (1964), no. 88, 598–616. MR 0166397
13. B. Shizgal, *A gaussian quadrature procedure for use in the solution of the Boltzmann equation and related problems*, J. Comp. Phys. **41** (1981), no. 2, 309–328. MR 0626614
14. N. M. Steen, G. D. Byrne, and E. M. Gelbard, *Gaussian quadratures for the integrals $\int_0^\infty \exp(-x^2) f(x) dx$ and $\int_0^b \exp(-x^2) dx$* , Math. Comp. **23** (1969), no. 107, 661–671. MR 0247744
15. E. T. Whittaker, *On the continued fractions which represent the functions of hermite and other functions defined by differential equations*, Proc. Edinb. Math. Soc. **32** (1913), 65–74.
16. P. Wynn, *A general system of orthogonal polynomials*, Q. J. Math. Oxford **18** (1967), no. 1, 81–96. MR 0210963
17. E. Yakimiw, *Accuration computation of weights in classical gauss-christoffel quadrature rules*, J. Comp. Phys. **129** (1996), 406–430. MR 1426278

APPENDIX A. MAPLE SOURCE CODE

```

interface(quiet=true):
with(orthopoly) :
Digits := 200 :

# Return the ratio L_n^alpha(x)/L_n'^alpha(x) of
# the Laguerre Polynomial of index n (log derivative) at abscissa x.
# Parameter x: the abscissa value
# Parameter n: Order of the Laguerre Polynomial.
# Parameter alpha: Parameter of the Laguerre Polynomial.
# Return: L_n^(alpha)(x)/L_n^(alpha)'(x).
ShaoChenFrank := proc(x,n,alpha)
    local itr,lnfrac ;
    lnfrac := 0 ;
    for itr from n-1 to 0 by -1 do

```



```

        lnfrac := (n-itr+alpha)*(n-itr)/(2*n-2*itr+alpha-1-x-lnfrac) ;
    end do;
    lnfrac := x/(n-lnfrac) ;
    return lnfrac ;
end proc:

# Run 3 steps of Newton iterations to refine the estimate of
# a root of  $L_n^\alpha(x)$ .
# Parameter x: the estimate of the root.
# Parameter n: Order of the generalized Laguerre Polynomial.
# Parameter alpha: Parameter of the generalized Laguerre Polynomial.
# Return: An improved estimate of the root.
lagroot := proc(x,n,alpha)
    local l,xref,ffprime ;
    xref := x ;
    for l from 1 to 3 do
        ffprime := ShaoChenFrank(xref,n,alpha) ;
        xref := xref-ffprime*(1+ffprime*(1-(alpha+1)/xref)/2) ;
    end do;
    return xref ;
end proc:

# Print the abscissa and weights for Gauss-Laguerre Quadrature on n nodes.
# Parameter n: The number of nodes. Also the order of the Laguerre Polynomial.
lagGaussian := proc(n)
    local lag,lagprime,ktau,i,xi,wi ;
    # Construct the Laguerre Polynomial  $L_n(x)$ 
    lag := L(n,x) ;
    lag := evalf(lag) ;
    # Construct the first derivative of  $L_n(x)$ 
    lagprime := diff(lag,x) ;
    # An upper estimate of the largest root of  $L_n(x)$ .
    # See Abramowitz and Stegun 22.16.8
    ktau := evalf(n+1/2) ;
    # Find all roots of  $L_n(x)$ 
    lag := fsolve(lag,x,0..2*ktau+sqrt(4*ktau^2+0.25),fulldigits,complex) ;
    i := 1 ;
    printf("Laguerre n=%d\n",n) ;
    for xi in lag do
        xi := lagroot(Re(xi),n,0) ;
        wi := 1/xi/(eval(lagprime,x=xi))^2 ;
        printf("%.30e %.30e\n",xi,wi) ;
        if i mod 5 = 0 then
            printf("\n") ;
        end if;
        i := i+1 ;
    end do;
    printf("\n") ;
    return ;
end proc:

```

```

# Compute the norm of the polynomial squared.
# Parameter pol: a polynomial of x.
# Parameter m: The exponent in the weight function of the Hermit-Gauss integration.
# return: The norm <pol,pol> with weight x^m*exp(-x^2).
hermNorm := proc(pol,m)
    local no,polsqr,n ;
    # Square the polynomial
    polysqr := expand(pol^2) ;
    no := 0 ;
    # Collect the contribution from each power in the squared polynomial separately.
    for n from 0 to degree(polysqr,x) do
        no := no+ coeff(polysqr,x,n)*GAMMA((n+m+1)/2) ;
    end do;
    no ;
end proc;

# Print the abscissa and weights for Gauss-Hermite Quadrature on n nodes.
# Parameter n: The number of nodes. Also the order of the Hermite Polynomial.
# Parameter m: The (even) power of the moment.
hermGaussian := proc(n,m)
    local lag,lagprime,lagplus,i,xi,wi,nhalf,alpha,roo ;
    nhalf := floor(n/2) ;
    # Construct the generalized Hermite Polynomial p_n(x)
    # and its successor p_(n+1)(x)
    if type(n,'even') then
        alpha := m/2-1/2 ;
        lag := (-1)^nhalf*nhalf!*L(nhalf,alpha,x^2) ;
        lagplus := (-1)^nhalf*nhalf!*x*L(nhalf,alpha+1,x^2) ;
    else
        alpha := m/2+1/2 ;
        lag := (-1)^nhalf*nhalf!*x*L(nhalf,alpha,x^2) ;
        lagplus := -(-1)^nhalf*(1+nhalf)!*L(1+nhalf,alpha-1,x^2) ;
    end if;
    lag := evalf(lag) ;
    # Construct the first derivative of p_n(x)
    lagprime := diff(lag,x) ;
    # Find all roots of p_n(x)
    roo := fsolve(lag,x,0..infinity,fulldigits) ;
    i := 1 ;
    printf("Hermite n=%d m=%d\n",n,m) ;
    for xi in roo do
        if xi >0 then
            # the iteration is for functions with argument x, whereas
            # the current representations is L_n^alpha(x^2).
            xi := lagroot(Re(xi)^2,nhalf,alpha) ;
            xi := sqrt(xi) ;
        end if;
        wi := -hermNorm(lag,m)/eval(lagplus*lagprime,x=xi) ;
        printf("%.30e %.30e\n",xi,wi) ;
        if i mod 5 = 0 then
            printf("\n") ;
        end if;
    end for;
end proc;

```

```

        i := i+1 ;
    end do;
    printf("\n") ;
    return ;
end proc:

# Print the abscissa and weights for Gauss-Legendre Quadrature on n nodes.
# Parameter n: The number of nodes. Also the order of the Jacobi Polynomial.
# Parameter m: The power of the moment.
legGaussian := proc(n,m)
    local leg,j,qn,i,xi,wi,roo ;
    # Construct the Jacobi Polynomial  $P_n^{(m,0)}(1-2x)$ 
    JacobiP(n,m,0,1-2*x) ;
    leg := expand(%) ;
    # Find all roots of  $p_n(x)$ 
    roo := fsolve(leg,x,0..infinity,fulldigits) ;
    i := 1 ;
    printf("Legendre n=%d m=%d\n",n,m) ;
    for xi in roo do
        wi := 0.0 ;
        for j from 0 to n-1 do
            qn := sqrt(m+2*j+1)*JacobiP(j,m,0,1-2*xi) ;
            wi := wi+%^2 ;
        end do;
        printf("%.30e %.30e\n",xi,1/wi) ;
        if i mod 5 = 0 then
            printf("\n") ;
        end if;
        i := i+1 ;
    end do;
    printf("\n") ;
    return ;
end proc:

for n in [8, 16, 24, 32, 48] do
    for m in [1,2,3,4,5] do
        legGaussian(n,m) ;
    end do;
end do:

for n in [64, 96, 128] do
    lagGaussian(n) ;
end do:

for n in [96, 128] do
    for m in [0,2,4,6,8] do
        hermGaussian(n,m) ;
    end do;
end do:

end do:
URL: https://www.mpia-hd.mpg.de/~mathar
Email address: mathar@mpia-hd.mpg.de

HOESCHSTR. 7, 52372 KREUZAU, GERMANY

```