Fermat Proved His Last Theorem
费马证明他的最后定理

蒋春暄

北京 3924 信箱,100854

123jianchunxuan@gmail>com

$x^n + y^n = z^n (n>2)$ 无整数解称为费马大定理. 只要证明指数 4 和所有奇素数指数 P 就证明了费马大定理. Fermat 证明指数 4. Euler 证明指数 3.

利用初等函数(复双曲函数) 我们研究指数 $4P$ 和 P Fermat 方程式, 其中 P 是奇素数. 只要证明指数 4 就证明费马大定理. 我们用 12 行证明费马大定理。本文回答三百年所有数学家没有解决问题: 费马是否证明他的最后定理？1992 年我们回答: 费马证明他的最后定理。

1974 年我们发现 Euler 公式

$$\exp\left(\sum_{i=1}^{4m-1} t_i J^i\right) = \sum_{i=1}^{4m} S_i J^{i-1}, \tag{1}$$

其中 J 称为 $4m$ 次单位根 , $J^{4m}=1$, m=1,2,3,…, t_i 是实数.

S_i 称为 $4m$ 阶具有 $4m-1$ 变量的复双曲函数[2,5,7].

$$S_i = \frac{1}{4m}\left[e^{A_1} + 2e^H \cos\left(\beta + \frac{(i-1)\pi}{2}\right) + 2\sum_{j=1}^{m-1} e^{B_j}\cos\left(\theta_j + \frac{(i-1)j\pi}{2m}\right)\right]$$

$$+\frac{(-1)^{(i-1)}}{4m}\left[e^{A_2} + 2\sum_{j=1}^{m-1} e^{D_j}\cos\left(\phi_j - \frac{(i-1)j\pi}{2m}\right)\right] \tag{2}$$

其中 $i=1,\dots,4m$;

$$A_1 = \sum_{\alpha=1}^{4m-1} t_\alpha, \quad A_2 = \sum_{\alpha=1}^{4m-1} t_\alpha (-1)^\alpha, \qquad H = \sum_{\alpha=1}^{2m-1} t_{2\alpha}(-1)^\alpha, \quad \beta = \sum_{\alpha=1}^{2m} t_{2\alpha-1}(-1)^\alpha,$$

$$B_j = \sum_{\alpha=1}^{4m-1} t_\alpha \cos\frac{\alpha j\pi}{2m}, \quad \theta_j = -\sum_{\alpha=1}^{4m-1} t_\alpha \sin\frac{\alpha j\pi}{2m},$$

$$D_j = \sum_{\alpha=1}^{4m-1} t_\alpha (-1)^\alpha \cos\frac{\alpha j\pi}{2m}, \quad \phi_j = \sum_{\alpha=1}^{4m-1} t_\alpha (-1)^\alpha \sin\frac{\alpha j\pi}{2m},$$

$$A_1 + A_2 + 2H + 2\sum_{j=1}^{m-1}(B_j + D_j) = 0. \tag{3}$$

从 (2) 我们有逆变换[2,5,7]

$$e^{A_1}=\sum_{i=1}^{4m} S_i,\quad e^{A_2}=\sum_{i=1}^{4m} S_i(-1)^{1+i}$$

$$e^{H}\cos\beta=\sum_{i=1}^{2m} S_{2i-1}(-1)^{1+i},\quad e^{H}\sin\beta=\sum_{i=1}^{2m} S_{2i}(-1)^{i},$$

$$e^{B_j}\cos\theta_j=S_1+\sum_{i=1}^{4m-1} S_{1+i}\cos\frac{ij\pi}{2m},\quad e^{B_j}\sin\theta_j=-\sum_{i=1}^{4m-1} S_{1+i}\sin\frac{ij\pi}{2m},$$

$$e^{D_j}\cos\phi_j=S_1+\sum_{i=1}^{4m-1} S_{1+i}(-1)^i\cos\frac{ij\pi}{2m},\quad e^{D_j}\sin\phi_j=\sum_{i=1}^{4m-1} S_{1+i}(-1)^i\sin\frac{ij\pi}{2m}. \qquad (4)$$

(3) 和(4) 有相同形式.

从 (3) 我们有

$$\exp\left[A_1+A_2+2H+2\sum_{j=1}^{m-1}(B_j+D_j)\right]=1 \qquad (5)$$

从 (4) 我们有

$$\exp\left[A_1+A_2+2H+2\sum_{j=1}^{m-1}(B_j+D_j)\right]=\begin{vmatrix} S_1 & S_{4m} & \cdots & S_2 \\ S_2 & S_1 & \cdots & S_3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{4m} & S_{4m-1} & \cdots & S_1 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} S_1 & (S_1)_1 & \cdots & (S_1)_{4m-1} \\ S_2 & (S_2)_1 & \cdots & (S_2)_{4m-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{4m} & (S_{4m})_1 & \cdots & (S_{4m})_{4m-1} \end{vmatrix} \qquad (6)$$

其中 $$(S_i)_j=\frac{\partial S_i}{\partial t_j}\,[7]$$

从(5) 和 (6) 我们有循环行列式

$$\exp\left[A_1+A_2+2H+2\sum_{j=1}^{m-1}(B_j+D_j)\right]=\begin{vmatrix} S_1 & S_{4m} & \cdots & S_2 \\ S_2 & S_1 & \cdots & S_3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{4m} & S_{4m-1} & \cdots & S_1 \end{vmatrix}=1 \qquad (7)$$

设 $S_1\neq 0, S_2\neq 0, S_i=0$, 其中 $i=3,...,4m.$ $S_i=0$ 是 $(4m-2)$ 不定方程式具有 $(4m-1)$ 变量. 从 (4) 我们有

$$e^{A_1}=S_1+S_2,\quad e^{A_2}=S_1-S_2,\quad e^{2H}=S_1^2+S_2^2$$

$$e^{2B_j}=S_1^2+S_2^2+2S_1S_2\cos\frac{j\pi}{2m},\quad e^{2D_j}=S_1^2+S_2^2-2S_1S_2\cos\frac{j\pi}{2m} \qquad (8)$$

例 [2]. 设 $4m=12$. 从 (3) 我们有

$$A_1=(t_1+t_{11})+(t_2+t_{10})+(t_3+t_9)+(t_4+t_8)+(t_5+t_7)+t_6,$$

$$A_2=-(t_1+t_{11})+(t_2+t_{10})-(t_3+t_9)+(t_4+t_8)-(t_5+t_7)+t_6,$$

$$H=-(t_2+t_{10})+(t_4+t_8)-t_6,$$

$$B_1=(t_1+t_{11})\cos\frac{\pi}{6}+(t_2+t_{10})\cos\frac{2\pi}{6}+(t_3+t_9)\cos\frac{3\pi}{6}+(t_4+t_8)\cos\frac{4\pi}{6}+(t_5+t_7)\cos\frac{5\pi}{6}-t_6,$$

$$B_2=(t_1+t_{11})\cos\frac{2\pi}{6}+(t_2+t_{10})\cos\frac{4\pi}{6}+(t_3+t_9)\cos\frac{6\pi}{6}+(t_4+t_8)\cos\frac{8\pi}{6}+(t_5+t_7)\cos\frac{10\pi}{6}+t_6,$$

$$D_1=-(t_1+t_{11})\cos\frac{\pi}{6}+(t_2+t_{10})\cos\frac{2\pi}{6}-(t_3+t_9)\cos\frac{3\pi}{6}+(t_4+t_8)\cos\frac{4\pi}{6}-(t_5+t_7)\cos\frac{5\pi}{6}-t_6,$$

$$D_2=-(t_1+t_{11})\cos\frac{2\pi}{6}+(t_2+t_{10})\cos\frac{4\pi}{6}-(t_3+t_9)\cos\frac{6\pi}{6}+(t_4+t_8)\cos\frac{8\pi}{6}-(t_5+t_7)\cos\frac{10\pi}{6}+t_6,$$

$$A_1+A_2+2(H+B_1+B_2+D_1+D_2)=0,\quad A_2+2B_2=3(-t_3+t_6-t_9). \tag{9}$$

从 (8) 和 (9) 我们有 Fermat 方程式

$$\exp[A_1+A_2+2(H+B_1+B_2+D_1+D_2)]=S_1^{12}-S_2^{12}=(S_1^3)^4-(S_2^3)^4=1. \tag{10}$$

从(9) 我们有

$$\exp(A_2+2B_2)=[\exp(-t_3+t_6-t_9)]^3. \tag{11}$$

从 (8) 我们有

$$\exp(A_2+2B_2)=(S_1-S_2)(S_1^2+S_2^2+S_1S_2)=S_1^3-S_2^3. \tag{12}$$

从(11) 和 (12) 我们有 Fermat 方程式

$$\exp(A_2+2B_2)=S_1^3-S_2^3=[\exp(-t_3+t_6-t_9)]^3. \tag{13}$$

Fermat 证明 (10) 无有理数解对指数 4 [8]. 因此我们证明(13) 无有理数解对指数 3[2]

定理 . 设 $4m=4P$, 其中 P 是奇素数. $(P-1)/2$ 是偶数.

从 (3) 和 (8) 我们有 Fermat 方程式

$$\exp[A_1+A_2+2H+2\sum_{j=1}^{P-1}(B_j+D_j)]=S_1^{4P}-S_2^{4P}=(S_1^P)^4-(S_2^P)^4=1. \tag{14}$$

从 (3) 我们有

$$\exp[A_2+2\sum_{j=1}^{\frac{P-1}{4}}(B_{4j-2}+D_{4j})]=[\exp(-t_P+t_{2P}-t_{3P})]^P. \tag{15}$$

从(8) 我们有

$$\exp[A_2+2\sum_{j=1}^{\frac{P-1}{4}}(B_{4j-2}+D_{4j})]=S_1^P-S_2^P. \tag{16}$$

从(15) 和 (16) 我们 Fermat 方程式

$$\exp[A_2 + 2\sum_{j=1}^{\frac{P-1}{4}} (B_{4j-2} + D_{4j})] = S_1^P - S_2^P = [\exp(-t_P + t_{2P} - t_{3P})]^P . \qquad (17)$$

Fermat 证明 (14) 无有理数解对指数 4 [8]. 因此我们证明(17) 无有理数解对所有奇素数指数 P.我们证明 Fermat 证明了他最后定理. 回答三百多年来所有数学家没有解决问题: 费马是否证明他的最后定理？我们回答费马证明他的最后定理. 用多种方法[1-7] 我们证明了费马大定理.

参考文献

[1] 蒋春暄, 费马大定理已被证明, 潜科学杂志,2,17-20(1992).Preprints (in English) December (1991). http://www.wbabin.net/math/xuan47.pdf.

[2] 蒋春暄, 三百多年前费马大定理已被证明, 潜科学杂志,6,18-20(1992).

[3] Jiang, C-X, On the factorization theorem of circulant determinant, Algebras, Groups and Geometries, 11. 371-377(1994), MR. 96a: 11023, http://www.wbabin.net/math/xuan45.pdf

[4] Jiang, C-X, Fermat last theorem was proved in 1991, Preprints (1993). In: Fundamental open problems in science at the end of the millennium, T.Gill, K. Liu and E. Trell (eds). Hadronic Press, 1999, P555-558. http://www.wbabin.net/math/xuan46.pdf.

[5] Jiang, C-X, On the Fermat-Santilli theorem, Algebras, Groups and Geometries, 15. 319-349(1998)

[6] Jiang, C-X, Complex hyperbolic functions and Fermat's last theorem, Hadronic Journal Supplement, 15. 341-348(2000).

[7] Jiang, C-X, Foundations of Santilli Isonumber Theory with applications to new cryptograms, Fermat's theorem and Goldbach's Conjecture. Inter. Acad. Press. 2002. MR2004c:11001, http://www.wbabin.net/math/xuan13.pdf. http://www.i-b-r.org/docs/jiang.pdf

[8] Ribenboim,P, Fermat last theorem for amateur, Springer-Verlag, (1999).