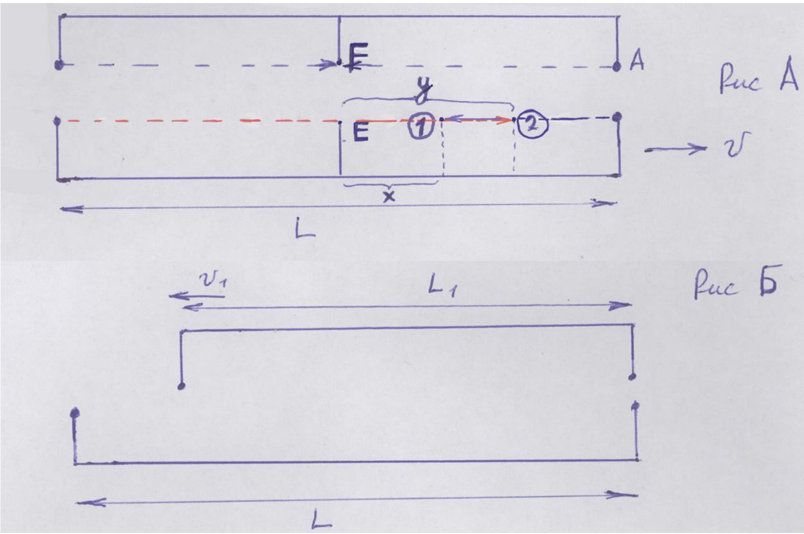
ПРИНЦИП МАХА ДЛЯ ВРАЩЕНИЯ:
ЦЕНРОБЕЖНАЯ СИЛА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА
КАК СЛЕДСТВИЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ВЗАМОДЕЙСВИЯ С ВСЕЛЕННОЙ

Л.И. Филиппов

Аннотация. Рассмотрено взаимодействие материальной точки массы m, которая движется по окружности радиуса a с угловой скоростью ω, со сферической областью радиуса 10^{26} м с равномерно распределенной гравитирующей массой плотностью $10^{-26}\ \frac{кг}{м^3}$. В итоге получена формула для центробежной силы $F = m \cdot \omega^2 \cdot a$

Рассмотрим схему измерения длины отрезка, расположенного в выделенной системе отсчета (в ней скорость распространения «информационного» сигнала одинакова во всех направлениях) при условии, что измерение производится из движущейся системы.

Система F – выделенная. Картина на рис А дана с ее точки зрения.



Сигнал от соприкосновения правых концов отрезков движется со скоростью c и приходит в точку (1): $\dfrac{\frac{L}{2} - x}{c} = \dfrac{x}{V}$

Сигнал слева – в точку (2): $\frac{\frac{L}{2}+y}{c} = \frac{y}{V}$

Время рассогласования прихода сигнала в точки (1) и (2) (в системе отсчета E это одна та же точка, центр системы): $\Delta t = \frac{y-x}{V} = \frac{LV}{c^2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)}$

Так как события одноместны в системе E, то результат измерения промежутка времени в E даст тот же результат, что и при измерении его в системе F: Δt . Значит, с точки зрения движущейся системы E (рис Б): $\frac{L-L_1}{V_1} = \frac{LV}{c^2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)}$ => $L_1 = L\left(1-\frac{V \cdot V_1}{c^2-V^2}\right)$

С точки зрения F весь отрезок пролетает мимо середины отрезка E со скоростью $V = \frac{L}{t}$ за время t. Этот промежуток времени, измеренный из системы E, будет таким же, преобразуется лишь длина: $V_1 = \frac{L_1}{t}$, то есть $\frac{V_1}{V} = \frac{L_1}{L}$, откуда: $L_1 = L\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)$

Это – частный случай преобразования, полученного в [1] для двух систем отсчета, движущихся друг относительно друга.

Здесь: произведенное из выделенной системы отсчета измерение длины движущегося отрезка даст тот же результат, что в покое; измерение длины отрезка, расположенного в выделенной системе отсчета, произведенное из движущейся системы, даст сокращение длины по сравнению с покоем в $\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)$ раз.

Применим аналогичный подход к случаю, когда наблюдатель E находится в системе, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω относительно неподвижной Вселенной, играющей роль выделенной системы. Радиус окружности, по которой движется наблюдатель E, равен a. Аналог Рис А в данном случае - Рис 1 и Рис 2.

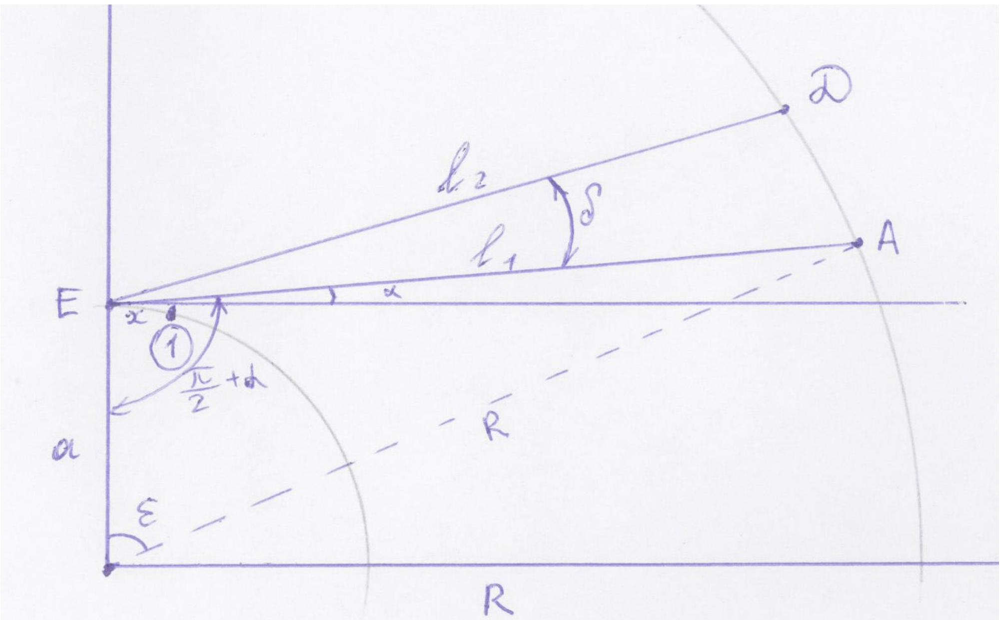


Рис 1

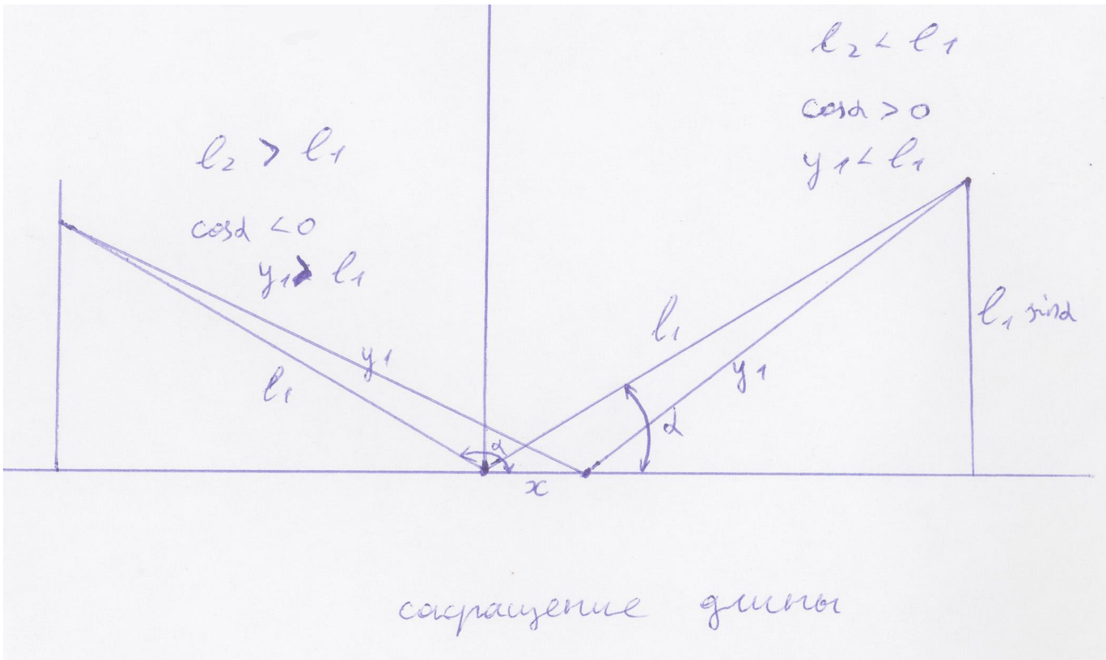


Рис 2

В покое, с точки зрения выделенной системы, точки D и A, расположенные неподвижно на окружности радиуса R, были видны в точке E под малым углом δ. Чтобы «на снимке», сделанном в точке E, получалась дуга DA, световой сигнал из точки D должен вылететь позже, чем из точки A, на время Δt_0: $\frac{l_1}{c} = \frac{l_2}{c} + \Delta t_0$

Верхняя полусфера ($\alpha > 0$) $R^2 = a^2 + l_1^2 - 2al_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

Отсюда $\frac{l_1}{R} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}\cos^2\alpha} - \frac{a}{R}\sin\alpha$

и, отбрасывая слагаемое порядка $\frac{a^2}{R^2}$ (так как $\frac{a}{R} << 1$), получаем: $l_1 \approx R - a\sin\alpha$;

аналогично: $l_2 \approx R - a\sin(\alpha + \delta)$ (1)

Когда наблюдатель Е движется описанным образом по часовой стрелке, точка Е быстрее приближается к точке А, чем к точке D. То есть в точку (1) сигнал от точки А приходит раньше, чем от точки D - речь идет о тех же сигналах, рассогласованных на Δt_0,которые к покоящемуся Е прилетают одновременно – Рис 2 справа.

Аналогично, для Рис 2 слева: Е быстрее удаляется от точки D, чем от точки А. То есть, в обоих этих случаях «на снимке» у наблюдателя Е получается сокращение длины по сравнению с длиной, измеренной в покое: та же дуга будет видна на снимке под углом, который меньше, чем угол δ.

Рис 2: в точке (1) отрезки l_1 и l_2 становятся отрезками y_1 и y_2 соответственно – наблюдатель Е сдвинулся по окружности радиуса a по часовой стрелке на расстояние x - аналогично ситуации на Рис А.

В точке (1) разность между y_1 и y_2 становится меньше, чем $(l_1 - l_2)$, сигнал от точки А прилетает в точку (1) раньше, чем от точки D на время

$$\Delta t = \frac{(l_1 - l_2) - (y_1 - y_2)}{c}$$

$$y_1^2 = l_1^2 + x^2 - 2l_1 x\cos\alpha\,; \quad y_2^2 = l_2^2 + x^2 - 2l_2 x\cos(\alpha + \delta)$$

$$\Delta t = \frac{x^2}{2c}\frac{(l_1 - l_2)}{l_1 l_2} + \frac{x}{c}\big(\cos\alpha - \cos(\alpha + \delta)\big);\ \text{т.к. } \delta = 0(\alpha), \quad \text{то}$$

$$\Delta t \approx \frac{x^2}{2c}\frac{(l_1 - l_2)}{l_1 l_2} + \frac{x}{c}\cdot\delta\cdot\sin\alpha \qquad (2)$$

С точки зрения выделенной системы наблюдатель Е движется со скоростью V. $\frac{x}{V} = \frac{y_1}{c}$;

$$y_1 \approx l_1\left(1 + \frac{x^2}{2l_1^2} - \frac{x}{l_1}\cos\alpha\right);\ x = 0(l_1)\ \text{ отсюда } x \approx \frac{l_1}{\frac{c}{V} + \cos\alpha}$$

Учитывая (1) и то, что $\delta = 0(\alpha)$, $a << R$, получаем:

$$l_1 - l_2 \approx a\cdot\delta\cdot\cos\alpha\,; l_1 l_2 \approx R^2 - aR(2\sin\alpha + \delta\cdot\cos\alpha)$$

Подставляя все это в (2), получаем:

$$\Delta t = \frac{(R - a\sin\alpha)^2}{2c\left(\frac{c}{V} + \cos\alpha\right)^2}\cdot\frac{a\cdot\delta\cdot\cos\alpha}{R^2 - aR(2\sin\alpha + \delta\cdot\cos\alpha)} + \frac{(R - a\sin\alpha)\cdot\delta\cdot\sin\alpha}{c\left(\frac{c}{V} + \cos\alpha\right)}$$

И, учитывая, что $\delta = 0(\alpha)$, $a << R$, $V << c$,

$$\Delta t \approx \frac{V^2 \cdot a \cdot \delta \cdot \cos\alpha}{2c^3} + \frac{V \cdot R \cdot \delta \cdot \sin\alpha}{c^2}$$

Первое слагаемое будет того же порядка, что второе, лишь при столь малых α, что $tg\alpha \sim \frac{V}{c} \cdot \frac{a}{R}$, то есть может быть отброшено как не играющее роли:

$$\Delta t \approx \frac{V \cdot R \cdot \delta \cdot \sin\alpha}{c^2} \qquad (3)$$

Это Δt, измерено в выделенной системе, события при этом одноместны в системе E, то есть наблюдатель E получит то же Δt, следовательно, $\Delta t = \frac{\delta - \delta_1}{\omega_{*1}}$ (4)

Здесь ω_{*1} - угловая скорость точек A и D, измеренная в системе E; δ - угловая величина дуги DA; δ_1 - величина дуги, заменяющей в движении дугу DA «на снимке» (в верхней полусфере $\delta_1 < \delta$); ω_{*1} – угловая скорость точек D и A, измеренная в системе E. $\frac{\omega_{*1}}{\omega_{*0}} = \frac{\delta_1}{\delta}$, где $\omega_{*0} = \frac{d\alpha}{dt}$ – угловая скорость, измеренная в выделенной системе отсчета. Далее, $V = \omega_{*0} a$, однако мы будем полагать V=ωa, так как $\omega = \frac{d\varepsilon}{dt}$; $d\varepsilon = -\left(1 - \frac{a \cdot \sin\alpha}{\sqrt{R^2 - a^2\cos^2\alpha}}\right) d\alpha$, то есть, учитывая, что $a << R$, в пределах принятой точности $|\omega_{*0}| = |\omega|$

Объединяя все это, приравниваем (3) и в (4) и, отбрасывая заведомо малые слагаемые, получаем: $\frac{\delta - \delta_1}{\delta_1} \approx \frac{\omega^2 \cdot a \cdot R \cdot \sin\alpha}{c^2}$; $\delta_1 < \delta$ (5)

Итак, для «верхней» полусферы ($0 < \alpha < \pi$) при измерении из движущейся системы наблюдается *сокращение длины* отрезка, расположенного в выделенной системе отсчета, по сравнению с его длиной в покое. Полностью аналогичные рассуждения для «нижней» полусферы ($-\pi < \alpha < 0$, рис 3 и 4) дают следующий результат: $|\delta_1| > |\delta|$ - *увеличение длины*. При этом формула (5) остается верной; ($\delta < 0$).

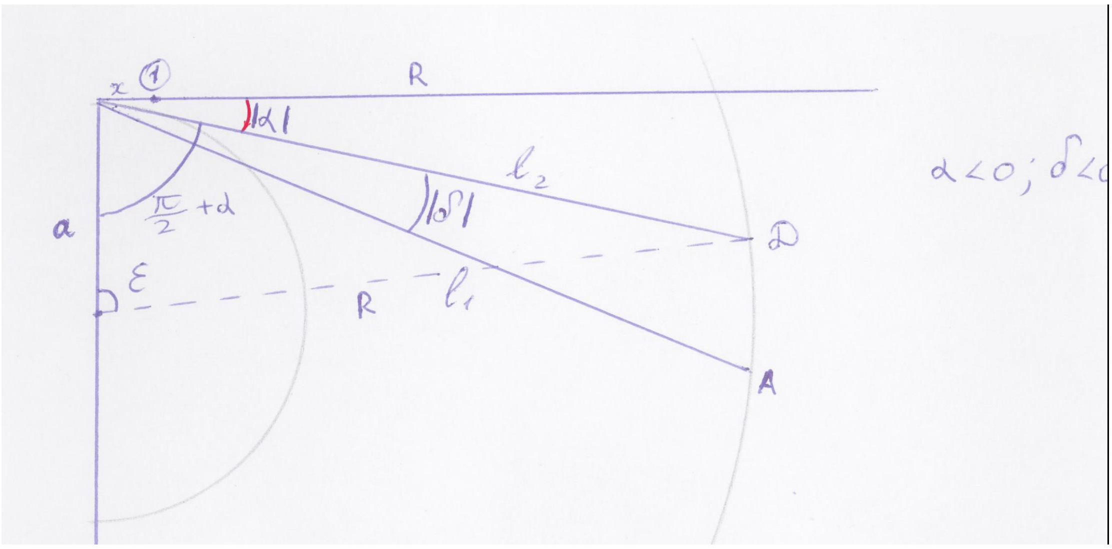


Рис 3

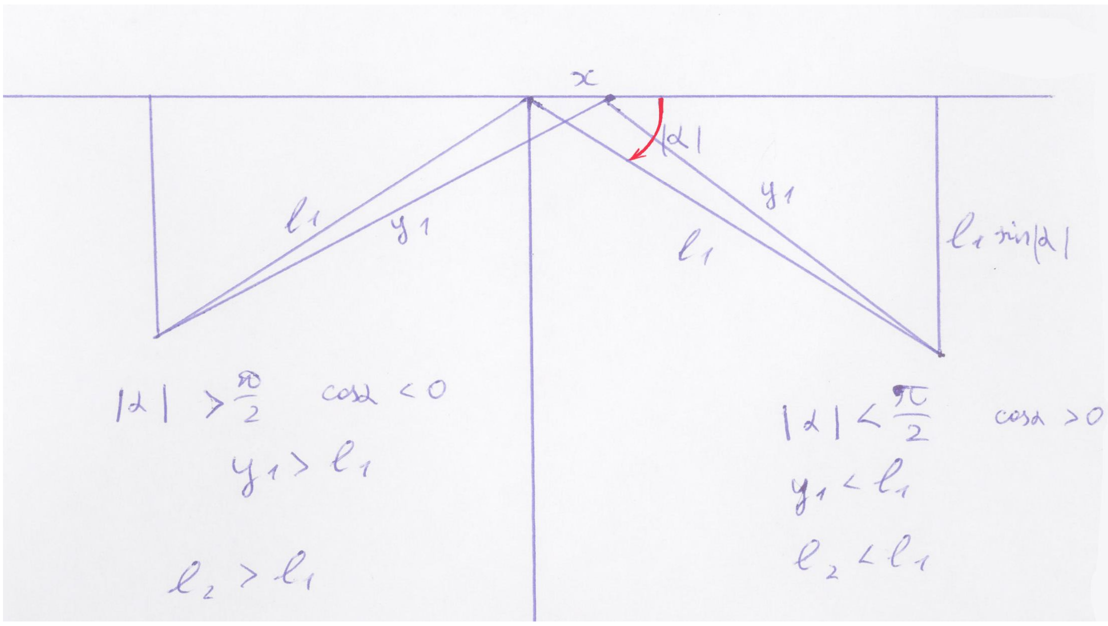


Рис 4

Далее, те же рассуждения - для пространства, в сферических координатах. В этом случае рисункам 1,2,3,4 соответствует рисунок 5:

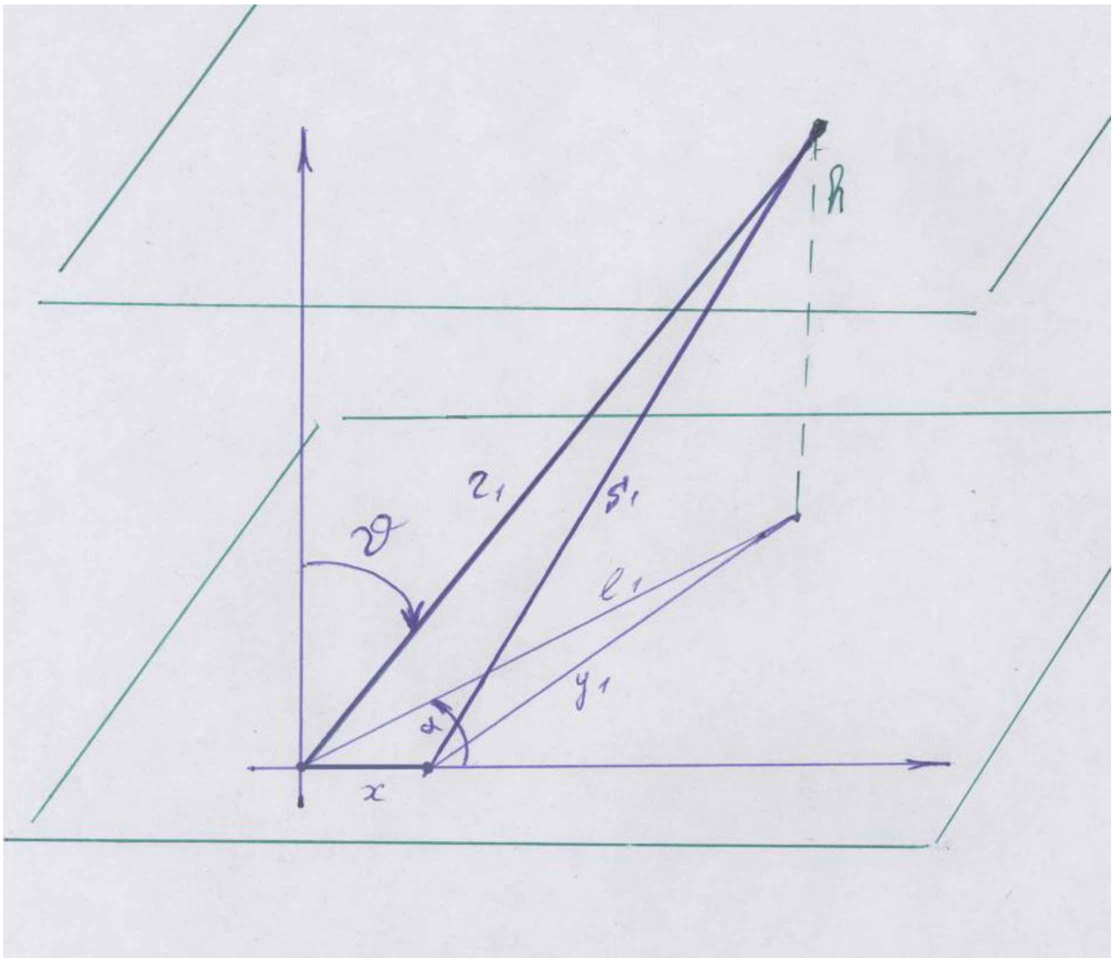


Рис 5

$$y_1^2 + h^2 = l_1^2 + h^2 + x^2 - 2l_1 \cdot x \cdot \cos\alpha$$

$$s_1^2 = r_1^2 + x^2 - 2l_1 \cdot x \cdot \cos\alpha$$

$$s \approx r_1\left(1 - \frac{x}{r_1} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\alpha\right)$$

$$\Delta t = \frac{(r_1 - r_2) - (s_1 - s_2)}{c} = \frac{1}{c} x \cdot \delta \cdot \sin\vartheta \cdot \sin\alpha$$

Далее, $x = \frac{V}{c} s_1 = \frac{V}{c} r_1 \left(1 - \frac{x}{r_1} \sin\vartheta \cdot \cos\alpha \right)$

В итоге, полностью аналогично формуле (3), получаем:

$\Delta t \approx \frac{V \cdot R \cdot \delta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\vartheta}{c^2}$ и, соответственно, $\frac{\delta - \delta_1}{\delta_1} \approx \frac{\omega^2 \cdot a \cdot R \cdot \sin\alpha \cdot \sin\vartheta}{c^2}$

Это означает, что тангенциальный элемент длины на расстоянии R от центра вращения сокращается по сравнению с покоем в k раз, где

$$k = 1 + \frac{\omega^2 \cdot a \cdot R \cdot \sin\alpha \cdot \sin\vartheta}{c^2},$$

что, с учетом знака α, дает следующее:

при $0 < \alpha < \pi$ будет сокращение длины по сравнению с покоем - $k > 1$,

при $-\pi < \alpha < 0$ - увеличение длины - $k < 1$.

Итак, при равномерном распределении, например, заряда по сферическому объему на материальную точку, движущуюся по окружности радиуса a с угловой скоростью ω, действует сила, направленная центробежно, – как результат взаимодействия этой материальной точки *со всем объемом, заключенным внутри сферы* и асимметрии, вызванной запаздыванием сигнала в системе отсчета, отличной от выделенной.

Применим полученный результат к сфере радиуса R_0 с равномерным распределением по объему заряда (или гравитирующей массы).

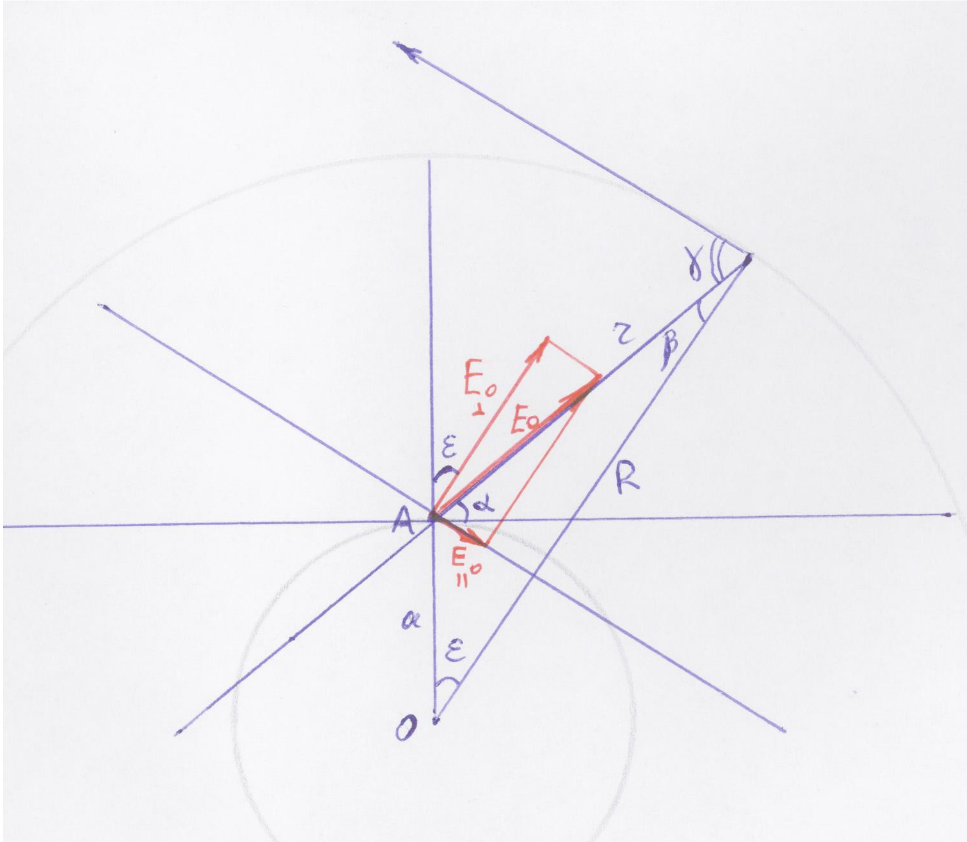


Рис 6

«Вертикальная» проекция напряженности, создаваемой точкой «верхней» полусферы со сферическими координатами α , ϑ , R в точке А, движущейся описанным выше образом:

$$E_{\uparrow} = -\left(E_{\parallel}\right)_{движ} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right) + \left(E_{\perp}\right)_{движ} \cdot \cos\varepsilon =$$

$$= -\left(E_{\parallel}\right)_{движ} \cdot \sin\left(\gamma - \alpha\right) + \left(E_{\perp}\right)_{движ} \cdot \cos\left(\gamma - \alpha\right) =$$

$$= -\left(E_{\parallel}\right)_{0} \cdot \sin\left(\gamma - \alpha\right) + \left(E_{\perp}\right)_{0} \cdot k \cdot \cos\left(\gamma - \alpha\right) =$$

$$= -E_0 \cdot \cos\gamma \cdot \sin\left(\gamma - \alpha\right) + E_0 \cdot \sin\gamma \cdot k \cdot \cos\left(\gamma - \alpha\right)$$

$$E_{\uparrow} = E_0\left(\sin\alpha + \sin\gamma \cdot \cos\left(\gamma - \alpha\right) \cdot \frac{\omega^2 \cdot a \cdot R \cdot \sin\alpha \cdot \sin\vartheta}{c^2}\right)$$

Здесь E_0 - напряженность, создаваемая той же материальной точкой в случае, когда точка A неподвижна.)

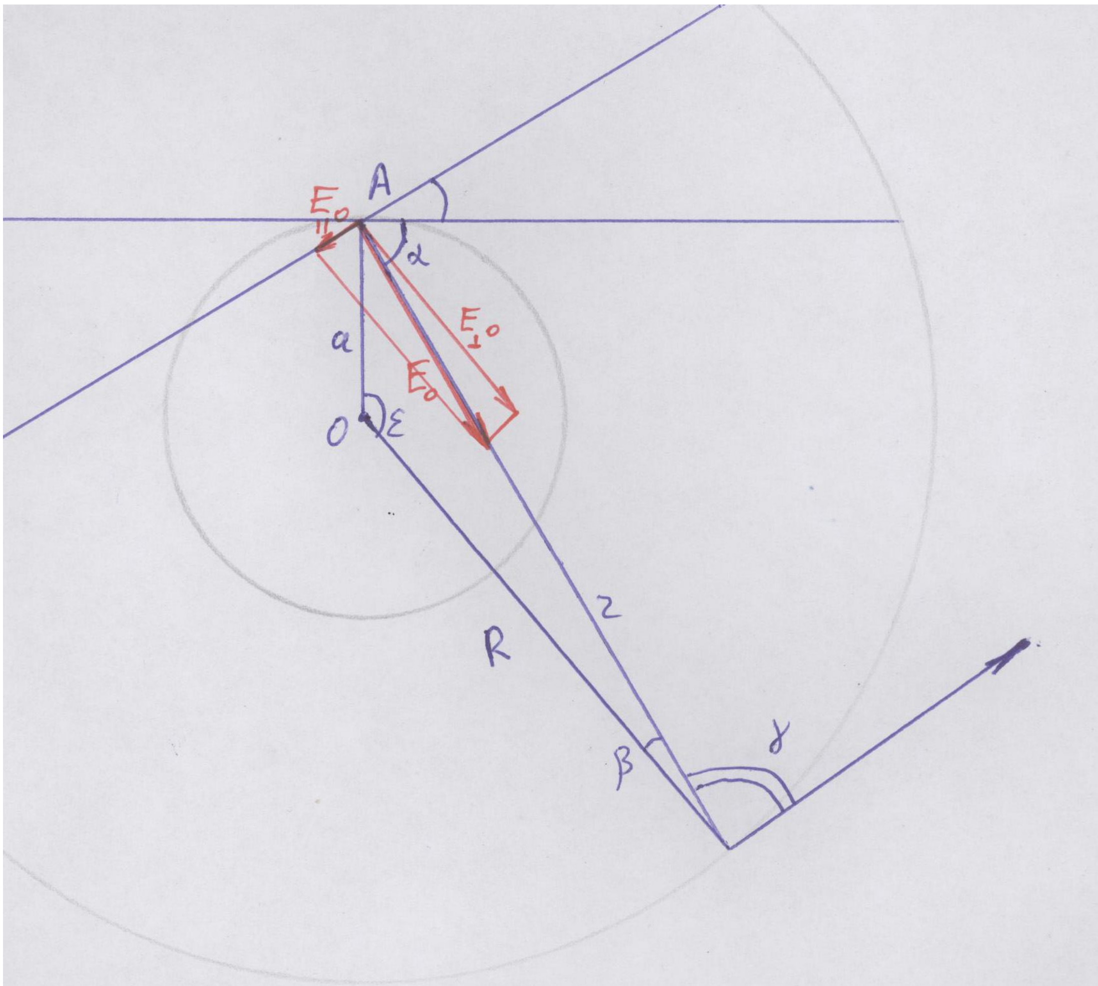


Рис 7

Аналогичные выкладки для точки «нижней» полусферы

с координатами $-\alpha$, ϑ , R дают:

$$E_{\downarrow} = E_0\left(-\sin\alpha + \sin\gamma\cdot\cos(\gamma-\alpha)\cdot\frac{\omega^2\cdot a\cdot R\cdot\sin\alpha\cdot\sin\vartheta}{c^2}\right)$$

«Вертикальная» проекция суммарной напряженности, создаваемой двумя такими симметричными точками:

$$E_{\uparrow} = E_0\left(2\sin\gamma\cdot\cos(\gamma-\alpha)\cdot\frac{\omega^2\cdot a\cdot R\cdot\sin\alpha\cdot\sin\vartheta}{c^2}\right)$$

В рамках принятой точности:

$$\cos(\gamma-\alpha)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta-\alpha\right)=\sin(\alpha+\beta)\approx\sin\alpha\ ;\ \sin\gamma\approx 1$$

Заменяем материальную точку на элемент объема с теми же координатами:

$$dE = dE_0\cdot\frac{2\cdot\omega^2\cdot a\cdot R\cdot\sin^2\alpha\cdot\sin\vartheta}{c^2}$$

Как для электростатического, так и для гравитационного взаимодействия выполняется закон обратных квадратов. Пусть dE_0 - гравитационная сила, действующая на материальную точку единичной массы, расположенную в точке A и движущуюся рассмотренным выше образом. Тогда $dE_0 = G\dfrac{\rho \cdot dV}{R^2}$, где ρ - масса единицы объема; гравитирующая масса равномерно распределена по сферической области от $R = a$ до $R = R_0$.

$dV = R^2 dR d\Omega$, где Ω - телесный угол; $d\Omega = \sin\vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\alpha$

Интегрируя полученное выражение по объему сферической области, получаем суммарную силу, действующую на единичную массу и направленную центробежно:

$$E = \frac{2G\rho}{c^2} \cdot \omega^2 a \cdot \int_a^{R_0} RdR \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha d\alpha \int_0^{\pi/2} \sin^2 \vartheta d\vartheta \;; \qquad (a << R)$$

$$E = \frac{2G\rho}{c^2} \cdot \omega^2 a \cdot \frac{R_0^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$E = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{G \cdot R_0^2 \cdot \rho}{c^2} \cdot \omega^2 a$$

В системе СИ: $G \sim 7 \cdot 10^{-11}$; радиус Вселенной $R_0 \sim 3 \cdot 10^{26}$; средняя плотность вещества во Вселенной $\rho \sim 10^{-26}$; полагаем скорость распространения информации об изменениях гравитационного потенциала равной скорости света: $c \approx 3 \cdot 10^8$. Таким образом, безразмерный комплекс

$$\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{G \cdot R_0^2 \cdot \rho}{c^2} \sim 1$$

Следовательно, центробежная сила действующая со стороны Вселенной на тело массы m , которое движется по окружности радиуса a с угловой скоростью ω :

$$F = m \cdot \omega^2 \cdot a$$