让我们插上翅膀飞翔

—— 数学组合与 Smarandache 重空间

毛林繁

Let's Flying by Wing

——Mathematical Combinatorics

& Smarandache Multi-Spaces

Linfan MAO

Chinese Branch Xiquan House

2010

毛林繁

中国招标投标协会副秘书长，北京 100045
中国科学院数学与系统科学研究院研究人员，北京 100190
北京建筑工程学院教授，研究生导师，北京 100044
Email: maolinfan@163.com

让我们插上翅膀飞翔

—— 数学组合与 Smarandache 重空间

Let's Flying by Wing

——Mathematical Combinatorics

& Smarandache Multi-Spaces

Linfan MAO

Chinese Branch Xiquan House

2010

This book can be ordered in a paper bound reprint from:

Books on Demand
ProQuest Information & Learning
(University of Microfilm International)
300 N.Zeeb Road
P.O.Box 1346, Ann Arbor
MI 48106-1346, USA
Tel:1-800-521-0600(Customer Service)
http://wwwlib.umi.com/bod

Peer Reviewers:
Y.P.Liu, Department of Applied Mathematics, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, P.R.China.
F.Tian, Academy of Mathematics and Systems, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, P.R.China.
J.Y.Yan, Graduate Student College, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, P.R.China.
W.L.He, Department of Applied Mathematics, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, P.R.China.

Many books can be downloaded from the following **Digital Library of Science**:

http://www.gallup.unm.edu/∼smarandache/eBooks-otherformats.htm

ISBN: 978-1-59973-032-5

励志图书

谨以此书献给广大的青年朋友和我的女儿!

序 言

这是一本写给青年学生的书，是一位集数学、物理和管理科学与工程多门学科为一身的学者通过自身经历，对青年学生说的话。

青年时期是人生最美好的时期，是对未来充满着希望与幻想，立志成才的时期。常言说得好，“千里之行始于足下”。再长的路，一步一步也能走完，因为幻想通过实践可以变成理想和现实；再短的路，不迈开双脚也无法达到终点，因为画饼充饥永远解决不了饥饿。

人生的路不算长。我先后在一家国有大型建筑公司工作过 17 年，在建设单位工作过 3 年，在一家大型招标代理机构工作过 8 年，进入行业协会也已经 3 年之久了，人生过半矣。虽如此，少年、青年时求学的情形还不时浮现在眼帘：

中学时期我是班上的佼佼者，特别是数学，并立志要成为一个世人知晓的数学家。高考的失利使我最终没能跨入大学的门槛，不得不到建筑公司当工人，但儿时的梦想并没有就此泯灭，工作之余，仍抱着数学专业书不放。借单位在北京委托培养技术干部之际，我来到了北京，在北京工业大学一位数学教授的指导下，开始数学专业基础课以及图论的学习与研究。学习结束回到建筑公司后，工作之余坚持学习数学，参加自学考试完成了应用数学专业本科阶段的系统学习；随后以同等学历身份考入北方交通大学攻读博士学位，获得博士学位后，又进入中国科学院博士后流动站从事数学研究工作，……。

如今，我已是身兼行业管理协会副秘书长、教授和工程、数学研究生导师数职于一身的业内专家学者，而这当中，向着儿时的梦想迈进则成了鼓舞我前进的动力。

什么是失败？失败就是使得自己向成功走进了一步。什么是成功？成功就是在走完了失败后剩下的那一条路。生活的乐趣并不仅在于成功，更多地，在于追求成功所付出的艰辛努力与过程。我并没有成功，因为在实现一个目标的同时，我又会为自己确定新的目标。即便到了今天，我还会不时反省，及时调整自己人生的轨道，

以便向更高的目标迈进。

今年 10 月，我回到了从小学到中学，并在之生活了 10 年的万源市，见到分别三十多年之久的初中同学，也都是人生过半了。忆往昔，看今朝，互诉友情。同学们向我索要含“我的数学之路”的那本文集（A Collection of Selected Papers on Smarandache Geometries & Combinatorial Maps, 美国 Chinese Branch Xiquan House 出版社出版，2006 年））, 说不为他们自己，是为他们的儿女；说我从一个建筑工人到博士后，并最终成为国内外知名学者所经历的路，对于鼓励他们的儿女立志成才不无借鉴。但那本 2006 年出版的文集已经所剩无几了，加之其中许多学术性文章，对一些研究人员理解起来都困难，更不要说青年学生了。为此，回到北京后，我放下了手头的一些工作，将我以往写的一些回忆性文章以及学生时期的习作，汇编成一本小书，并按中学生的思维方式，将书名定为《让我们插上翅膀飞翔》(Let's Flying by Wings)。考虑到美国那家出版社的支助方向，结合我这 10 年的主要学术思想，加上了一个副标题：数学组合与 Smarandache 重空间，其中数学组合是我这些年在 Smarandache 重空间基础上，倡导的一个在国际上与 Smarandache 悖论思想并列的科学思想。

以下对收入本书的文章背景作一个简要介绍；

“我的求学之路”是 2003 年为勉励一位到京遇到工作困惑的青年成才而作。文章写完后，正好看到北京自学考试网上在进行“我与自学考试”征文活动，就用电子邮件发给了他们。这篇文章得到了许多网站的转载，有的用“我的求学之路”，有的用“我的自考求学路：从建筑工人到博士”等标题。

“我的数学之路”是为勉励青年学生，在四川省万源市中学，应邀向全校师生报告的一篇文章。文中详细回顾了作者由一个建筑工人，经过刻苦自学，历经委培生、建筑技术管理人员、博士生和博士后研究人员的全过程以及过程中与国内外数学家的交往。文中还回顾了作者提出数学组合化猜想的起因及国际一些研究小组对作者研究工作的关注等事项。

“我的组合复兴之路”是今年 3 月应教育部《中国科技论文在线》优秀学者访谈之约而作。多年来，我一直处在优秀学者数学累计点击率最高位置，也连续几年列入优秀学者月点击率前 50 名。自学使我一直就具有独立选题、独立进行科学研究的能力。加之这些年自己与国外学者的交流和国学思想的丰富，对一些科研课题的认识常与一些高校或研究机构的学者不同，而是采取从人与自然、科学与社会以及整个科学发展的眼光看问题，这也是这些年我最愿意与青年学者分享的一个话题。文章力图回答怎样选题，什么课题值得去研究等，并回顾了自己从图论进入组合研究，由组合进入拓扑图论，直至拓扑学研究，最后进入微分几何和理论物理研究的

整个过程，这当中，组合思想起到了穿针引线的作用，而不断地否定自我，并结合国际科学前沿提出新的研究课题，从而阐释人与自然协调发展则是个人学术发展的推动力，对青年学者的成长不无借鉴。

“**学习数学的点滴体会**”是 1985 年我在北京城市建设学校学习时应《中专数学研究》编委会之约，站在学生角度写的一篇体会，对青年学生掌握数学概念、定理的学习和个人题解库建设等，谈了一些体会。实际上，这也是自己从初中到高中数学学习经验的总结，相信对青年学生学习数学会有一些帮助。

“**A Forward of《SCIENTIFIC ELEMENTS》**”是我为《SCIENTIFIC ELEMENTS》丛书写的一篇序言。文章阐述了 Smarandache 思想是人类认识客观世界的一种思想，而数学组合思想则是在此基础上，采用组合思想可以在数学上实现的思想，从而奠定了 Smarandache 思想和我的数学组合思想在科学研究上并存的基础。

“**傅氏级数、拉氏变换和 RMI 原则**”是自己在学了徐利治教授《数学方法论选讲》和一些组合数学著作后，对数学上广泛使用的关系映射反演原则（RMI 原则）的介绍，并以学生习作发表在《中专数学研究》上的一篇文章。

“**理论物理引发的二十一世纪数学 -Smarandache 重空间理论**”是作者应邀回到四川省万源市中学面向青年教师和学生介绍现代数学与物理和在“全国第二届组合数学与图论学术交流会议”上报告的一篇科普性文章，其目的是介绍二十一世纪数学的产生背景、主要方法和一些结论。其中详细介绍了宇宙大爆炸模型、Smarandache 重空间、Smarandache 几何、地图与地图几何、伪度量空间几何等内容，最后对理论物理几个问题进行了一些有益的讨论。

人生过程中，永远不要为失败找理由，因为所有的失败都没有理由只有借口；也不要为成功喜悦，因为那不过是人生旅途中的一个小小的路标。今天的失败会意味着明天的成功，只要你沿着正确的轨迹前进；同样，今天的成功并不一定意味着明天还会成功，除非你更加勤奋地学习、工作。“在科学上没有平坦的大道，只有不畏劳苦沿着陡峭山路攀登的人，才有希望达到光辉的顶点”。

愿以此文与青年学生共勉！

毛林繁

二 O 一 O 年十一月于北京

目 录

我的求学之路

毛林繁

（中国科学院数学与系统科学研究院，北京 100190）

摘要: 本文简要回顾了我由一个建筑工人通过自学拿到北京是高等教育自学考试本科文凭和学士学位，考入北方交通大学攻读博士学位，并进入中国科学院数学与系统科学研究院博士后流动站从事博士后研究历程。表明了成才的路不单纯是上大学一条路，对那些没用考上大学，或是没有考上一所好大学的同学来说，不无参考和借鉴作用。

关键词：建筑工人，自学，成才，博士。

Abstract: This paper historically recalls that I passed from a construction worker to a researcher in the post-doctoral stations of Chinese Academy of Mathematics and System science, including how to receive the undergraduate diploma in applied mathematics of Peking University learn by myself, how to get to the Northern Jiaotong University for a doctorate in operations research and cybernetics studies with applications, and how to get the post-doctoral position, which shows that there are not only one way to growth and success for students in elementary school. Particularly, it is valuable for those students not getting to, or not getting to a favorite university.

Key Words: Construction worker, learn by oneself, growth and success, doctorate.

AMS(2000): 01A25,01A70

工作二十年, 我从一名普通的建筑工人, 以高中为起点, 一边工作，一边自学，于 1999 年 4 月进入高校获得博士学位，2003 年 6 月进入科研机构从事专业研究。虽然过程坎坷, 但在今天看来，更多的是付出与收获。

我是在一所地区重点中学重点班读的高中。那时梦想自己能成为一个数学家。

[1]e-print: http://zikao.eol.cn

[2]北京市高等教育自学考试征文。

整天看数学书, 作数学练习, 觉得生活很充实。偏爱数学造成了学习偏科, 最终未能跨入大学门槛而来到一家建筑公司工作。

参加工作, 当了一名建筑工人, 一名架子工。整天在脚手架上爬来爬去, 活像一个跳高运动员。搭脚手架纯粹是一种体力劳动, 与自己在中学时代付出的努力不匹配。有了这样的想法, 在参加工作的第二年底, 我来到北京一所建筑学校学习。虽然已经工作, 但儿时的想法并未泯灭。于是一面学着建筑技术, 一面在北京工业大学一位副教授的指导下学习数学并开始从事组合数学的研究。

从建筑学校完成学业后, 我回到了原工作单位, 成了一名技术管理人员。编写施工技术文件, 处理施工中出现的技术问题成了我每日的主要工作。" 既然做, 就把它做好" 这是我的原则。查技术资料, 用一些技术原理和模型解决技术难题并用于施工实践，一度成了个人的努力方向, 数学研究也因此一度中断。这段时间先后发表过不少建筑技术论文, 也解决过不少施工难题, 并在从建筑学校回到原工作单位的第五年, 被破格提升为工程师。但随后几年就发现, 付出与收益不成比例。当时的想法很幼稚, 认为是文凭太低的原因造成的, 于是决定利用业余时间, 参加北京市高等教育自学考试, 完成本科学业。实际上, 这种现象正是国企的通病, 在国企领导人的眼里, 能干并不代表你优秀, 也不代表你能拿到好的职位与薪水。

通过四年半的努力, 在建筑业工作十四年时, 我拿到了北京大学和北京市高等教育自学考试委员会联合颁发的应用数学专业本科毕业文凭和学士学位。更加深了我对国有企业的认识。偶然一次机会, 我在北京大学见到博士生招考目录和条件, 发觉其考试科目自己在过去都学过, 有的还发表过论文, 于是产生了一种突发的奇想: 去高校直接攻读博士学位, 跳出国企这种怪圈。

在随后的三年里, 白天忙于施工管理, 早晚则忙于英语和专业课的复习。一次又一次的失败, 我没退缩。总结经验, 不是科班出身, 外语不过关。每天早晚的时间均拿来学习外语。三年后, 我终于跨入了北方交通大学攻读博士学位。

读博士学位对我来说是不紧张的。但因为无基本生活来源 (原来的工作单位不支持, 不给生活费)，这样我一面打工, 一面攻读学位, 完成论文。那时, 虽然学习不紧张, 但每天的生活是相当紧张的。早上五点左右起床, 看专业书和文献资料, 思考课题。白天不上课时, 就去打工, 以维持家庭生活开支。晚上将早上没思考完的问题想完或将得到的结果整理成论文, 打印排版, 拿出去发表。

整个博士论文无论是选题，还是其内容，均是按照自己独创的方式完成的。论文完成后，交给了国内十位教授评审，结论均为" 优秀"。在进行博士论文的研究与写作过程中，深感必须紧跟国际主流研究方向做工作。这样, 在拿到博士学位后, 个人觉得必须进一步发展自己的特色和方向。于是又花了很大力气去研究相关方向的

专著和文献, 并跨入中国科学院从事博士后研究工作。

我是北京市高等教育自学考试的毕业生。因为是自学成才，有较完整的学习方法和分析问题、解决问题的能力。这些，直接为我攻读博士学位打下了基础。我觉得人的生活必须有目标, 有追求。而在目标的实现过程中，不要过多思考别人怎样评价你和怎样看待你。著名诗人汪国真有一句诗写得好,“既然目标是地平线, 便只顾风雨兼程”。因为这样想, 并付之行动, 我由一名普通建筑工人最终成为了一位数学工作者。过程虽然曲折, 不乏辛勤与汗水, 但更多的, 则是人身价值的体现和收获的喜悦。

我的数学之路

毛林繁

（中国科学院数学与系统科学研究院，北京 100190 ）

摘要: 依据时间的先后，本文回顾了我由一个建筑工人成长为一个数学家的全过程，包括中学时期、在一家建筑公司工作、在北方交通大学攻读博士学位，在中国科学院从事博士后研究以及在国信招标有限责任公司工作等，文中细致回顾了从 1985 年 -2006 年我从事科学研究的艰辛历程，也回顾了一些研究成果的得到过程，包括数学组合化猜想的提出过程及与 Smarandache 重空间思想的对比等。

关键词： 中学生， 工人， 工程师， 数学家， Smarandache 几何，Smarandache 重空间，数学组合化猜想。

Abstract: This paper historically recalls each step that I passed from a scaffold erector to a mathematician, including the period in a middle school, in a construction company, in Northern Jiaotong University, also in Chinese Academy of Sciences and in Guoxin Tendering Co.LTD. Achievements of mine on mathematics and engineering management gotten in the period from 1985 to 2006 can be also found. There are many rough and bumpy, also delightful matters on this road. The process for raising the combinatorial conjecture for mathematics and its comparing with Smarandache multi-spaces are also called to mind.

Key Words: Student, worker, engineer, mathematician, Smarandache geometry, Smarandache multi-space, combinatorial conjecture on mathematics.

AMS(2000): 01A25,01A70

---

[1]2006 年 3 月 26 日为四川省万源市中学全校师生报告,

[2]e-print: www.K12.com.cn 和 www.wyszx.cn

引子

二 OO 五年五月三十一日上午 10：00 整，中国科学院数学与系统科学研究院报告厅内，我的“*On Automorphism Groups of Maps, surfaces and Smarandache Geometries*”（论地图、曲面及 Smarandache 几何的自同构群）的博士后报告如期举行。与此同时，美国 SNJ 杂志的主编 Perze 博士也在关注这次报告，此前，报告的内容已经过他修改过。听报告的，除国内组合数学界五位极有威望的教授外，还有一些研究生。当我报告到*Map Geometries*一段时，中国科学院研究生院党委书记，数学家颜基义教授举起了手中一张图，问我：“Iseri 的 Smarandache 几何模型在现实空间是可以实现的，网上这张图你看到过吗？”我说：“看到过，不仅看到过，而且研究过 Iseri 关于 Smarandache 流形的那本专著，这里定义的*Map Geometries*是他的空间模型的推广，由此可以依据组合论方法，特别是组合地图方法对经典数学及传统物理时空观进行重建与推广”。我的这种观点，立刻得到了国内组合地图学家、我的博士导师刘彦佩教授的首肯。

以上是我作博士后报告过程中的一个插曲。经过了二十余年的努力，我从一位建筑工人最终成为了数学家。过程中得到了许多国内外数学家的关心与支持，这当中包括中学时期一些数学老师对我在步入数学研究方面的影响。

(一) 中学时期

我是在原 103 工程指挥部设在四川省万源市（县）子弟小学完成的小学学业，于 1976 年毕业。当时由小学升初中采用的是分配制，父亲时任 103 工程指挥部设在万源县的预制加工厂厂长。记得小学毕业时厂里一共联系了三个学校，万源中学、万源镇中学和红旗公社学校，父亲率先作出表率，主动将自己的孩子分到了红旗公社学校念初中。这样，1976 年 9 月 -1978 年 7 月，我来到红旗公社学校读初中 (两年制)。记忆中这所学校设施是相当差的，先后换过几次教室，需要既要学习，又要配合学校进行设施建设，其中有一段时间部分学生还承担了学校操场的修建工作，放炮、挖、运土方，凭证场地等等。

记得当时教授数学、物理的是王芳喜老师。这一时期正赶上陈景润对 Goldbach 猜想做出“1+2”的贡献，国内舆论界对其进行大力宣传时期，特别是徐迟的报告文学“哥德巴赫猜想”，使我对数学产生了极大兴趣。在进入初中学习后经常超前学习或预习，课余时间经常向数学老师请教一些数学问题。

家里当时正好有几本五十年代出版的初等代数、初等几何书，上面的习题比当时我们学习的教科书上的习题要难，题型也多。我在课余及假期大多时间都用来解

答上面的习题。我在小学时很喜欢钓鱼，但进入中学后，基本上没有时间再去钓鱼，而将大部分时间用来学习，比如在初中第一学期将初一的数学课学完，第二学期则将整个初中数学课学完等。从初中第二年开始学习高中课程，这也是我在后来进入万源中学高中第一学期能够参加达县地区高中数学竞赛并拿到名次的原因。

1977 年参加全县初中联考，我数学得了满分 120 分。当时有一个有趣的插曲，就是负责判卷的老师认为数学试卷的标准答案有误，而我的解答是正确的，一致同意给我满分。

我觉得初中数学学习除理解概念外，一定要多做习题，并通过习题进一步理解概念的内涵与外延，这也是整个数学的学习规律。但不一定要去做偏题与怪题，后者绝大多数是一些数学家在数学研究中的偶得，虽然采用初等数学的方法可以解决，但对中学生来说其技巧与方法的深刻内涵是难于理解的。

记得当时的初中同学有李再强、李文训、蔡小红等, 他们均是学校附近农村的子女，再就是当时 103 工程指挥部预制加工厂的 5 位子弟，他们后来均在中国建筑第二工程局系统内从事工程建设。

初中毕业后参加全县升学考试，我获得了比较好的成绩。正好万源县将全县升学考试中的前 100 名考生汇总到万源中学学习，前 50 名集中在 1 班，51-100 名在 2 班，从而使得我有机会到万源县中学高 80 级 1 班学习。记得高中时期的同学赵达万、管晓红、吴书平、杨柳、张晓华、雷波等。这一时期因数学成绩突出，很得数学老师胡中生的欣赏，他不时给我讲一点课外题、特殊的解题方法等。并推荐我参加了 1979 年三月达县地区高中数学竞赛，获得了地区第 18 名的成绩。

中学时期我喜欢读一些数学课外读物，如许纯舫的《*初等几何四种*》、梁绍鸿的《*初等数学复习及研究*》、华罗庚的《*从杨辉三角谈起*》、严镇军的《*从正五边形谈起*》、高校通用教材《*高等数学*》（第一册）等。

1980 年 4 月我父母全家由万源县搬到河北唐山, 参加唐山震后恢复建设，我只能到学校住校，进行高考前的准备。1980 年 7 月底我由四川省万源县坐火车去唐山. 在西安候车室的书店内买到陈景润写的《*初等数论*》(II)，到唐山后又购得华罗庚的专著《*数论导引*》。于是开始学习其中的部分章节, 同时继续学习高等数学，并开始解答吉米多维奇《*数学分析习题集*》中一些习题。

中学时期的数学教育除教给学生基本知识外，更多地，应加强学生的数学素质教育，而这对任教的数学老师则提出了较高要求，即既要讲清概念、定理的内涵与外延，又要知道其提出目的、思路以及对更高一层数学的作用，这是比较难的。实际上，造成许多学生不喜欢数学的一个直接原因是教师在讲课时照本宣科，不能做到“深入浅出”，学生为应付考试“囫囵吞枣”式地学习，最后完成考试 60 分结束。

对于学生来说，则需要多问几个为什么：为什么提出这个概念？为什么这样提出？有没有其他更好的提法？这个定理起什么作用？有没有更好的结果等等。同时，中学时期实际上也是学生进行人生立志的时期，这是教与学两个方面都应引起重视的问题。我个人实际上是在中学时期立志成为专业数学工作者的，这也成为了我为之奋斗的航标。

(二) 建筑工人时期

1980 年 12 月底参加工作，到中国建筑二局一公司当了一名架子工，参加当时全国最大的火力发电厂陡河电厂建设。因为上班很累，为赶工期又经常加班，晚上学习数学经常很晚。有一次在脚手架上差点睡着了，一位工人老师傅赶紧把我叫醒，因为那样实在太危险了。这以后，搭高一点的脚手架时，工人师傅一般不让我在上面搭架子，仅让我在地面递送脚手架材料给他们。

当时因读辽宁大学吴振奎老师（现为天津商业大学教授）编著的《*初等数学证明技巧*》、《*初等数学计算技巧*》一书并对其中部分内容提出自己见解，得到他的赞许。他也成了我在工人时期能够坚持学习数学的精神支柱。后面那本书出版半年后，辽宁人民出版社让他找人写一份书评，应他的要求, 我按照自己的理解对该书的特点、方法等对这本书进行了综合评述。

这时虽然每天的工作很辛苦，但仍能在业余坚持学习，温习中学时期的代数、几何等内容，并继续学习大学里的一些数学课本。当时我大哥正在重庆大学学习，他送给了我一套前苏联菲赫金哥尔茨的《数学分析教程》；单位上有些同事到北京出差，也托他们给我买回了不少数学专业的教科书，如江泽坚的《实变函数论》、钟玉泉的《复变函数引论》和菲赫金哥尔茨的《微积分教程》等，为我学习数学专业基础和专业基础课提供了方便。

工作了一年以后，个人也在反思是否就这样工作一生，因为在企业更多的是靠人脉关系，而数学学习则是我的个人兴趣，并不会得到企业的重视，于是决定再次参加一次高考。考试成绩超过了本科录取线 10 多分，但仍没能为高校录取。告诉吴振奎老师后，他来信鼓励，说我肯定会被一所高校录取。

虽然仍未能进入高校学习，个人却坚定了走出低谷，到北京求学的信心。

(三) 委培生时期

由于“文革十年浩劫”的影响，造成企业技术人员奇缺，中国建筑二局下属公司纷纷与高校、中等专业学校联系委托培养技术人员，我选择了一所北京学校于 1983 年 6 月参加中国建筑二局一公司委托培养人员资格考试，获得了第 1 名的考试成绩。其

目的仍是利用北京这一中国文化中心的优势，完成数学的学习。

由于考取了单位的委培生，1983 年 9 月至 1987 年 7 月我在北京城建学校工业与民用建筑专业建 83-1 班学习。这段时期是我进入数学研究的初级阶段。因在学校数学成绩突出，1985 年应邀在《中专数学研究》上发表

(1) 傅氏级数、拉氏变换及 RMI 原则，中专数学研究，29-32,1 (1985)

(2) 学习数学的点滴体会，中专数学研究，22-23,2 (1985)

两篇文章。

从 1983 年 10 月起，经过吴振奎老师介绍，我在北京工业大学杨燕昌老师指导下系统学习大学数学专业的课程。这个时期先后学习了《数学分析》、《高等代数》、《近世代数》、《组合数学》、《图论》等课程，特别是图论，由他引导，我们一起学习由青海师范大学施容华老师（现南京理工大学教授）翻译的《极值图论》（匈牙利数学家 Bollobas 著），一起学完了前两章, 对我后来从事图论研究, 在技巧与方法上起到了奠基作用。在学习近世代数开始时杨燕昌老师为我先讲解了群论。他在桌子上摆放了三个不同的水杯，然后交换其中两个杯子位置，问："这个过程在数学上怎样描述呢？"，于是他在黑板上写下（123）与（132）两个置换并说："这就产生了群的概念"。由此使我突然理解了数学的本质，即来源于世界并服务于世界，也明白了在数学方法上这种由具体到抽象的过程，对我后来在数学研究中善于提出问题并寻找方法解决问题起到了直接作用。

研究图类的结构性质，进而得到图的刻画是结构图论中的一个重要问题。有一天，杨燕昌老师拿来一篇发表在《新疆大学学报》上的论文"关于自中心图中的几个定理"让我认真读一下，并对我说"书读到一定程度就差不多了，应该接触一些论文，从事一线数学的研究了"。

在杨燕昌老师的指导下，经过反复画图试证，我觉得可以将其中 $R(G)=2$ 推广到 $R(G)=r$ 的情形，即将 $c^2(G)=4,\ 5$ 推广到一般情形 $c^r(G)=2r,\ 2r+1$。但经过反复试证，均没有得到预期结果。这样一直延续了四个多月。直到有一天，我突然意识到猜测 $c^r(G)=2r,\ 2r+1$ 对一般自中心图可能并不正确，就试着在半径为 3 的图类中寻找反例，结果不几天就画出了一个 $R(G)=3$，而且其中存在点 x 使得 $c^3(x)=8$ 的自中心图，从而否定了原来的猜想。在这一阶段还证明了 $c^3(G)=6,\ 7$ 的结论，随后以我和杨燕昌老师的名义，陆续写出了三篇论文投到一些学报，但均被退了回来。这当中有一篇论文的审稿人是施容华老师，他也知道了国内有我这样一个搞图论研究的青年，并来信勉励。他告诉我匈牙利著名数学家 Erdos 有个无三角形猜想，希望我能研究一下。经过几个月的研究，我得到了一个一般性结果，虽

然没能彻底解决这个猜想，但考虑的问题已经比原猜想要广了。正好 1987 年“全国第五届图论学术交流会”在甘肃兰州召开，我想去参加这次会议，就把论文寄给了施容华老师。他推荐我参加了这次会议，并在会上对该结果进行了报告。

1987 年 11 月，由中国科学院计算中心屠规彰研究员介绍，我认识了国内著名拓扑图论家、后来成为我的博士导师的中国科学院应用数学所的刘彦佩教授。他建议我将这篇论文拿出去发表。正好这时《东北数学》有一篇关于组合恒等式的文章让屠规彰研究员审阅，他将论文转给了我进行审查。我审完后签上大名，编辑同志也因而知道了我这样一个人。这篇论文在《东北数学》上于 1990 年正式发表。

当时北京城建学校的老师都知道我喜欢数学，特别是中专前两年的课实际上在重复高中课，老师一般也不管我，使得我有充分的时间去北京图书馆查阅一些资料，去北京工业大学与杨燕昌老师一起讨论数学问题、参加国内学者举办的一些数学讨论班学习，比如 1986-1987 年，就先后参加了屠规彰研究员（现在美国）主持的“Kac-Moody 代数讨论班”、北京工业大学唐云教授（现清华大学教授）主持的“分叉理论及其应用讨论班”等。这些对于我今天能够站在一个比较广泛的角度看待组合问题起到了不小作用。

(四) 建筑技术管理

1987 年 8 月，我回到了中国建筑二局一公司，分在了该公司第三工程处生产技术股任技术员。日常业务主要是编写施工组织设计、施工方案和解决工程施工过程中出现的技术难题。

我在 1989 年 -1991 年 8 月参加北京财贸学院一期工程建设管理；1991 年 10 月 -1993 年 12 月升为技术队长，参加北京光彩体育馆等工程建设；1994 年 1 月 -12 月任中国建筑二局一公司三分公司生产技术科科长，1994 年 3 月被破格晋升为工程师；1995 年 1 月 -1998 年 9 月任北京电力生产调度指挥中心总工程师，该工程竣工后被评为国家“鲁班奖”工程；1998 年 10 月 -12 月任中华民族园项目总工程师。

这一个时期数学研究曾一度中断过。曾一度以攻克施工技术难题为己任，比如对国内倒锥壳水塔水柜顶升施工技术的研究、对大型蓄水池结构抗渗技术的研究等。先后在工程施工管理中解决过不少重大的技术难题，并开始在国内施工领域发表建筑技术论文。先后在施工技术、施工质量和安全管理方面发表了十多篇论文，并应邀参加了《建筑工程施工组织设计实例应用手册》和《建筑工程施工实例手册》第 2 册和第 7 册的编写。虽然如此，学习数学、拿到数学类本科文凭的想法并未放弃。

意外得知北京市有应用数学专业本科的自学考试，重新燃起了获得数学专业本

科文凭的想法。于是，我从 1991 年 4 月开始参加北京市高等教育自学考试，仅 1991 年一年就一次性考过了哲学、语文、英语、数学分析、解析几何、概率论与数理统计、复变函数论、常微分方程等 13 门课程，其中第一学期考得特别好。记得报考的五门课中由两门课考了 99 分，一门课考了 98 分，就连北京大学的一些出题老师都感到惊奇，认为考出这样的成绩对自学的人来说太神奇了。这样，到 1993 年上半年考试结束，我就顺利拿到了应用数学专业专科文凭，而此时距完成所有课程仅剩下三门课。

这一时期也在参加国内的一些学术会议。1988 年在天津南开大学参加“首届中国组合最优化国际讨论会”；1989 年在山东青岛参加“全国第六届图论学术交流会”等。1993 年中期，杨燕昌老师来信，让我与他一起于 1994 年 8 月去太原参加“全国第八届图论学术交流会”，这样我又将搁置了近 4 年的数学研究重新拾起来。我这时的兴趣已经转到了 hamiltonian 图的研究上。经过对 1991 年发表在国际图论杂志上 Gould 教授一篇综述文章的学习及相关论文的研读，我陆续完成了一批关于 hamiltonian 图的论文，分别在《太原机械学院学报》、《数学研究与评论》等杂志上发表。

参加 1994 年“全国第八届图论学术交流会”的同时，我认识了杨燕昌老师的大学同学，北京大学的徐明耀教授, 他是国内代数图论的带头人。他的一个观点至今仍然影响着我，就是“必须多读书，多读专著，这样才能搞出大成果”.

最终，我于 1995 年上半年完成了北京市高等教育自学考试委员会规定的所有课程考试，于 6 月底完成乐毕业答辩，拿到了北京大学颁发的应用数学专业本科文凭和理学学士学位，而其中毕业答辩组组长就是北京大学的徐明耀教授。

1989 年参加“全国第六届图论学术交流会”（山东青岛）
与常安教授（现福州大学）合影

1994 年参加“全国第八届图论学术交流会”（山西太原），在阎锡山故居留影

这个时期先后在《东北数学》、《数学研究与评论》、《纯粹数学与应用数学》等学术期刊上发表了 5 篇数学论文。

1994-1998 年我在北京电力生产调度指挥中心工程担任总承包总工程师。博士阶段发表的关于 hamiltonian 图的一些论文实际上是在这一时期完成的。“是一边听着震捣棒的响声，一边写作完成的”。当时曾有不少关联单位找到我，希望我去他们那里工作，考虑到家庭原因均没去。一次偶然的机会，在北京大学见到博士生招考目录，发现代数组合论方向的考试科目我均学过，有的还发表过论文。于是个人产生一种奇想：直接以同等学历的身份去攻读博士学位。

这样从 1996 年起，我的学习以通过博士生入学考试为目标。1996 年，中国建筑二局《建筑报》的记者采访我本人，并写下了“迷恋数学的工程师”一文进行报道（见附件）。最终于 1998 年考取了北方交通大学理学院刘彦佩教授的博士生。

(五) 攻读博士学位

1999 年 4 月，我进入了北方交通大学学习，开始了我的博士生生涯。除第一年公共课多，需要参加大课学习外，整个博士学习并不感觉紧张。这时我的工作关系还在中国建筑二局一公司，但他们不支持我的学习，要求我签下了学习期间无任何生活津贴的协议书才同意我去攻读博士学位。这样除学习外，我还需要去打工挣钱以满足家庭开支。1999 年 1 月 -2000 年 6 月，我担任中国法学会基建办公室总工程师；2000 年 7 月 -2002 年担任国信招标有限责任公司项目经理。生活平添不少乐趣，也建立了个人能够同时开展两种思维方式，从事两种工作的生活习惯。

顺利进行博士论文答辩有两个条件，一个是完成培养方案规定的课程学习并获得较好成绩，还有一个条件就是要在学术期刊上发表一定数量的论文。好在我攻读博士学位之前还有许多研究工作没有发表，于是将在中国建筑二局一公司工作最后

几年完成的一些图论研究工作，纷纷整理出来寄到国内一些学术期刊上发表，先满足数量要求。同时，也在北方交通大学刘彦佩教授指导下，开始了拓扑图论及组合地图的学习与研究。因来交大之前我受北京大学徐明耀教授工作的影响比较偏重代数，在进入博士阶段学习的第二年就采用群论方法做出了一个关于组合地图计数的好结果，得到了导师的赞许。这个结果后来在《数学物理学报》上发表。在完成这篇文章的同时，发现可以对平面树的自同构群产生一个有趣的附带结果，这就是后来发表在《数学进展》上的那篇文章。

如何采用数学工具去解决实际工作问题，是从事应用数学的人首要须进行训练的。2001 年，我们几个同学同时选择了交通学院高自友老师的"运筹学在交通运输规划中的应用"的课程，经常是晚上去上课，又赶在冬季下雪，每次都有缺课的同学，但好处是不用考试，直接写一篇课程论文。听完课后，我采用图论的方法，结合他的课程写了一篇关于公共交通可靠性的论文交了上去，当时也没觉得怎样，就是完成一门课程而已。到期末时，我的几个同学惊奇的告诉我得了 90 分，说一般同学得到 80 分就很不错了，他仅给他自己两个专门学交通规划的博士生 90 分成绩，而我则是学数学的。在几位同学的鼓励下，我觉得这篇论文可以拿到国内一级交通学报上发表，这样就寄给了《中国公路学报》，结果在第二年就发表出来了。要知道，就是专门学交通的学生在上面发表文章也是比较困难的。我个人并不看好这篇文章，因为它算不上一篇数学文章。但最近检索发现这是我发表的文章中引用率最高的一篇文章，许多学者后来沿着类似的思路又完成了不少进一步的研究工作。学术研究就是这样，引用率高不一定代表它的学术价值高，更多的，是表明看过的、看懂的人多，再就是可以继续完成一些学术论文在期刊上发表。而我则在刘彦佩教授的劝导下，再也没有涉足这个实际问题。

由于在读博士前已经有了十多年的知识积累和研究训练，整个博士论文"*A census of maps on surfaces with given underlying graphs*"(论曲面上给定基础图的地图)是按照我自己的思维方式写出来的，主要采用群作用理论对曲面上组合地图进行分类、计数研究，这在国际上也是处在前沿的。论文完成后交给国内 10 位教授评审，结论均为优秀。

这当中有一个有趣的插曲，担任博士论文答辩委员会主席的是国内著名数学家、中国科学院的越民义教授。在答辩前 20 天，他告诉刘彦佩教授说审核不了我的论文、看不懂，让刘彦佩老师重新找人审查，这样原定的答辩就无法如期进行了。我找到了越民义教授，将我在博士论文中采用的方法、技巧与创新、得到的主要结论及国际上在这方面的进展等等向他进行了详细的介绍。老先生听后，沉思了一会，认为我的思路和方法较之刘彦佩教授以前指导的几个学生有很好的创新，结论有一

定理论价值，于是欣然写下了对论文的评语，并就组合优化领域对我提出一些研究建议。

博士论文答辩留影
左起李赵祥、毛林繁、何卫力、郝荣霞、魏二玲

(六) 博士后研究

我自己觉得博士论文中还有许多问题及想法需要进一步实现，也需要一定的环境及时间去实现，这样在博士毕业后开始联系单位做博士后。

2002 年参加“世界数学家大会组合卫星会议”（石家庄）
左起王广选、魏二玲、任韩、何卫力、万良霞、毛林繁

2002 年 11 月，在北京大学徐明耀教授主持的讨论班上，我作了“*A dynamic talk on maps and graphs on surfaces–my group action idea*”（关于地图与图在曲面

上的嵌入的一个报告 - 我的群作用观点）的综合性研究报告，以期得到国内同行的广泛共识。

2002 年底，中国科学院数学与系统科学研究院接受了我的博士后申请，并确定于第二年初开始博士后研究工作。由于北京 2003 年初“非典”影响，我直到 2003 年 6 月才进入中国科学院数学与系统科学研究院开始研究工作。合作导师田丰研究员，是国内图论研究工作的奠基人之一。他个人主要从事结构图论的研究，我在读博士前的许多关于 hamiltonian 图的研究工作均受他的影响。

第一次见面，田丰老师就对我说：“你们刘老师作的那些研究工作，我不懂，你自己干吧”。这使得我有充足的时间将博士阶段没有研究完的工作研究完，同时依据个人想法开展新的研究领域。这也使得我可以跳开导师的思路，从而做出一些新的研究工作。事实证明这条路是对的。应他的要求，我在中国科学院数学与系统科学研究院作了首次报告：“*Active problems in maps and graphs on surfaces*”(地图与图在曲面上的嵌入中一些活跃的问题)。

上图说明：2004 年 8 月参加“全国第一届图论与组合数学学术交流会议”（新疆乌鲁木齐）与李晓东合影（参加全国第五届图论学术交流会时我们住在一间屋内，当时我还是一个工人），这次见面他说我的变化最大，已经在科学院从事研究工作了。

博士毕业以后，我一直在思考这样两个问题，就是刘彦佩老师在国内主持了几十年的拓扑图论有什么用？它对数学有哪些贡献？这两个问题也是国内许多同行经常问我的问题，因为刘彦佩老师的许多科研工作用代数拓扑的方法处理图论问题，

许多人看不懂。于是，把刘彦佩老师的方法用到其它数学领域，让更多的人了解这种方法，从而推广到其他领域做出一些大的科研成果就成了我在博士后阶段工作的重点，这也是我自己面临的一次新的挑战。

为此，我在中科院期间着重学习组合、图论领域以外的一些专著，如大范围微分几何、黎曼曲面、黎曼几何、代数曲线、克莱因曲面等等，并开展了相关研究。这时主要想法，是采用组合方法研究经典数学问题，以期能够产生大的影响。第一篇论文 “Riemann 曲面上 Hurwitz 定理的组合推广” 就是这一思想的具体体现。这篇论文完成后，正好召开“第二届中国科学院博士后前沿与交叉学科学术论坛”，就交给了组委会出版。

按照给自己博士后确定的研究方向，我在 2005 年 4 月完成的博士后报告 “*On Automorphisms of Maps & Surfaces*” 已经不是纯组合或图论方向的论文了，它实际上已经参杂了我的许多新论点，而这些论点恰恰支持着我的一种观点，就是在组合数学家看来，任何一门数学学科均可以进行组合化或进行组合重建，并进行推广。这种观点在我的博士后报告中仅开了个头，有大量的工作需要去做。博士后报告的最后一章就是在我的知识范围内，例举微分几何、黎曼几何中许多采用组合方法需要去进一步研究的数学问题。

2005 年 6 月我参加了2005 图论与组合数学暨第三届海峡两岸国际学术交流会，并作了 “An introduction on Smarandache geometries on maps” 的报告。这篇报告与我在中国科学院作的博士后报告 “On Automorphism Groups of Maps, Surfaces and Smarandache Geometries” 后来成为了国际互联网百科全书上解释 Smarandache 几何 6 篇引用文献中的两篇参考文献。

博士后报告完成后，我觉得应该拿出去出版，把我对组合数学的这种观点向世人公布。正好在 2005 年初，美国有一家出版社向我约书稿, 我就把博士后报告发给了他们。他们很欣赏我的观点，建议我在报告中增加有关 Smarandache 几何的内容。经过增加及修改，该书于 2005 年 6 月在美国 American Research Press 出版社正式出版。

(七) 新数学的展望

博士后研究结束后，由于我已经 42 岁了，北京没有一所大学或科研机构愿意接纳我从事研究或教学。于是应我的要求，国家人事部将我直接分配回了此前我工作的国信招标有限责任公司，并征得中国科学院数学与系统科学研究院的同意，我仍然作为他们那里的研究人员从事研究工作。之所以选择这条路，一是我不想将我在工程建设领域多年积累的经验与知识放弃（每年我在全国各地应国家部委或省市主管

部门均有一些关于工程管理的讲座，听众大多为政府官员）；二是目前国内的科研体制问题，特别是科技产业化思想的影响，使得基础科学研究急功近利，不去做也不可能做出一些大成果。国内目前的科研体制直接造成了科研工作者以追求论文数量、论文的检索级别，不愿意做也不可能去进行一些开创性的大的研究工作。按照科学研究的规律，开创性的研究一般需要 5-10 年的时间才能发表出论文，在国内，这样的科研人员早就被炒鱿鱼了。在这种急功近利思想影响下，在企业与在科研机构从事数学研究实际上是一样的。我个人的解释是"*用在企业挣的钱去发展我的数学研究，走一条数学研究的新路*"，这种观点，得到了中国科学院数学与系统科学研究院的支持。

需要特别指出的是，美国几位朋友让我在博士后报告中增加的内容，是国际数学研究上一个新的突破点，由此可以使得数学知识创新犹如宇宙大爆炸时代一样飞速发展。而我在博士后阶段的一些观点正好与他们的想法不谋而和。目前这方面已经有的工作并不多，我已经走到了前沿。我那本书送给了国内许多同行，均获得好评。美国 Perze 博士评价说"*Your book is very good. High research you have done.*"；华东师范大学一位教授评价说书的范围广，"*范围很广，很大度*"。

但更多的是需要让国内外同行了解我的思想和这个欣欣的方向。于是在 2005 年，我在北京的几所大学、中国科学院数学与系统科学研究院以及国内的一些学术会议上，对我的这种数学组合化观点及一些研究工作进行了报告，获得了一致好评。Scientia Magna 杂志一次就将我在 2005 年做得两次报告、两篇论文进行全文收录发表。

结合我的组合观点及 Smarandache 几何思想，我发现可以对传统数学进行大范围的推广与组合，从而引发了许多新的数学问题，形成*数学组合体系*。这样在与美国朋友通信后，应邀开始新的研究工作及写作，标题是"*Smarandache Multi-spaces Theory*"（Smarandache *重叠空间理论*），对传统代数、几何理论及物理时空观，采用我的组合观进行新的研究与重建。

我个人的宇宙观是大千世界有许多个宇宙，有的相互分离，有的则相互交叉。由于地球人类的人体构造原因, 地球人类要想认识清整个宇宙是一件很困难的事, 因为地球人类看不到的太多太多了。我们这个宇宙的维数是 3，与其它宇宙空间有部分交叉，交叉的其它空间维数可能是 3，也可能大于 3。这样，在这些宇宙中的部分物质占据我们这个宇宙的质量，但我们看不到它们，因为它们不处在我们看得到的 3 个维以外的方向上，这就是暗物质。关于暗物质，我的观点是地球上的人类不可能找得到，因为它们不处在我们观测得到的方向维上。处在高维空间中的智能生物应该比地球上人的智商要高，因为它们处的空间维数比地球人的高。在这点上，我

不同意目前流行的那种认为地球人类可以通过地球实验方法找到暗物质的观点。

从理论上讲，Smarandache 几何包含 Riemannian 几何，从而包含爱因斯坦广义相对论，但如何实现则一直没有途径。而我发现采用我的组合论观点，则可以对其、包括量子力学许多内容进行重建与推广。这本书已于 2006 年 3 月在美国出版。美国朋友在网站上公布了这本书，可以免费全文下载。

2006 年 8 月, 我参加了第二届全国组合数学与图论大会, 在这次会上, 我对我的数学组合化猜想及得到的代数、几何以及组合方面的一些结果进行了报告, 得到了与会者的一致好评, 给与会者一个重要的启示, 那就是在中国需要走一条数学组合化的发展道路. 而这也许正是使中国成为数学强国的一条必经之路.

(八) 家庭成员

任何一个成功的科研工作者都离不开家人的支持与关心，我也不例外。我于 1990 年在北京结婚，女儿 1993 年初出生。在二十多年从事数学学习与研究的过程中，得到了来自各个方面的关心。父亲仅上过两年小学。因家庭贫困很小就开始学徒，23 岁就考起了 6 级木工，后来进入重庆建筑工程学院函授班学习（“十年浩劫”期间学习被迫中断，1979 年学校向他们这届补发了专科文凭）。父亲这种在我记事起刻苦自学的行为对我产生了深深的影响，而家庭成员的理解和宽待，更是对我走上数学研究道路起到了不可磨灭的作用。

2004 年 8 月与妻子和女儿在新疆乌鲁木齐留影

以上是我从一位普通建筑工人经过多年的艰辛努力最终走上数学研究的不平凡之路。过程虽然曲折与坎坷，但更多地则是人生价值的体现。在这一个过程中，许

多老师，包括中学阶段的老师，对我走上这条人生道路起到了不可磨灭的促进作用。我想，这应该也是整个教育的规律。

附件：《建筑报》刊出的一篇报道：

迷恋数学的工程师

一公司北京电力生产调度中心项目总工程师毛林繁本职是建筑，干得不错，他也很迷恋数学，15 年来，建筑与数学成为他生命中的重要部分，陪他踏实走过。

1981 年，高中毕业的毛林繁到一公司三处八队做了一名架工，两年后被保送到北京市城建学校工民建专业学习，这为从小就喜欢数学的他提供了广阔的空间。在校期间，他相继参加了中科院计算中心主办的“Kac-Mody 代数讨论班”及北京工业大学主办的“分歧理论及其应用讨论班”学习，并开始向相关的学术交流会提交论文。

从城建学校毕业后，毛林繁当了综合技术员，七八年间，他先后在北京电力医院、北京四川大厦、北京财贸学院等工程做综合技术管理工作。忙绿的工作之余，他仍醉心于数学。他相继参加了“首届中国组合最优化国际讨论会”、“全国第六届图论及其应用学术交流会”、“第三届中美国际图论学术交流会”等学术交流会并向大会提交中英文论文，还在《东北数学》、《纯数学与应用数学》、《太原机械学院学报》等刊物上发表过中英文数学论文。

从 1991 年起，毛林繁开始参加北京市高等教育自学考试，专攻应用数学。去年以优异的成绩获得了北京大学理学学士学位。今年初，他报考了中科院系统的硕士研究生，不久有参加了北京大学博士生入学考试。“我已经 34 岁了，再按部就班地读硕士，太浪费时间，所以同时报考博士。”毛林繁如是说，而对旁人的赞叹，毛工很平静地说：“学数学给了我一种享受。”

在钻研数学的同时，毛林繁的技术工作也干得颇见成效。1991 年，毛工花半年时间完成了二局科研课题“采用大吨位滑膜千斤顶从事水柜顶升”，并在北京市财贸学院 100 立方米倒锥壳水塔施工中得以成功应用（这项技术先后获得“二局科技进步二等奖”、“中建总公司 QC 成果三等奖”）。参建北京木樨园体校游泳跳水训练房时，毛工细致研究了确保游泳池结构抗渗的手段和综合施工技术，保证了该工程 50 米标准游泳池的结构自防水，为国家节约了大量的大型贮液结构防水投资。在北京市档案馆结构施工中，他率先采用了插口架施工技术，调任北京电力生产调度中

心总工后，他创出了以木板制作大模定型板后浇混凝土，大大加快了施工速度。毛林繁有这样一种认识：企业要发展，职工必须有主人翁精神。

毛工获得过很多荣誉，1993 年，被破格晋升为工程师。毛工对自己的要求是做事力求做好，他成功了。

毛林繁有一本自己的《生平大事记》，他将起止年限定为 1962-2042，问及理由，他认真地说："一般情况下，研究数学可以研究到 80 岁后再休息，我也打算干到 80 岁。"

《建筑报》（1996 **年** 7 **月** 30 **日**）

我的组合复兴之路

毛林繁

（中国科学院数学与系统科学研究院，北京 100190）

摘要: 科研的首要工作是选题，什么课题值得做，什么课题不能去做常常困扰着研究人员。本文细致回顾了我由一个图论学者，从结构图论研究到拓扑图论，再到拓扑流形研究，进而由拓扑学研究到微分几何和理论物理的研究过程，说明在科研工作中如何提出课题，如何建立一套学科体系。这当中，不断否定自我、不断结合国际研究前沿工作提出自己的，有独到见解的研究课题，并及时与国外学者交流是关键，这实际上也是每个科研工作者最难把握的地方。为此，本文对此多少会有点启迪作用。

关键词: 数学组合化猜想、组合学、拓扑学、拓扑图论、Smarandache 思想、组合微分几何、理论物理、科研体制。

Abstract: How to select a research subject or a scientific work is the central objective in researching. Questions such as those of *what is valuable? what is unvalued?* often bewilder researchers. By recalling my researching process from graphical structure to topological graphs, then to topological manifolds, and then to differential geometry with theoretical physics by Smarandache's notion and combinatorial speculation of mine, this paper explains how to present an objective and how to establish a system in one's scientific research. In this process, continuously overlooking these obtained achievements, raising new scientific objectives keeping in step with the frontier in international research world and exchanging ideas with researchers are the key in research of myself, which maybe inspires younger researchers and students.

[1]e-print: www.paper.edu.cn

[2]本文是应《中国科技论文在线》2010 年优秀学者访谈所作。

Key Words: CCM conjecture, combinatorics, topology, topological graphs, Smarandache's notion, combinatorial theory on multi-spaces, combinatorial differential geometry, theoretical physics, scientific structure.
AMS(2000): 01A25,01A70

引子

科学研究的首要工作是选题。选题可以分成两个层次：一是学生时代的选题，以完成导师要求的目标，拿到学位为准；二是独立进行科学研究时的选题，应以紧跟国际前沿，完成开创性工作，以学科建设乃至提高人类认识自然能力为标准。这当中，决定研究什么并不重要，重要的，在于能够独立判断什么问题不值得研究。而且研究不能仅停留在自己熟悉的问题、学科或领域，而应多从其他相关领域吸取养分，紧跟国际研究趋势，进而形成自己独特的研究方式完成对科学和人类社会均有所促进的开创性工作。这是科学研究的正确观念。这里，我想就个人从事研究工作所走过的，即由组合学中的图论研究到拓扑图论和拓扑学研究，再由拓扑学研究到微分几何和理论物理研究，不断否定自我、不断提出新的研究课题与国外学者交流的研究历程谈一点体会，与大家共享。实际上，这条研究之路体现于我在“全国第二届组合数学与图论学术交流会”（2006 年 8 月，南开大学）上所作的“组合思想与数学组合化猜想”（Combinatorial speculations and the combinatorial conjecture for mathematics）报告中提出的数学组合化猜想，即任何一门数学科学均可以进行组合化或进行组合重建。我个人更喜好把这个猜想看作一种科学研究的“组合思想”即：

(1) 对任何一门数学化的科学，可以选择有限条公理和组合规则采用组合方式进行重建。这类似于公理化思想，但比公理化要广。

(2) 采用组合方法可以对经典数学科学不同分支在一定组合结构基础上进行组合推广，从而建立新的数学科学体系。我个人称之为”数学组合”（Combinatorial Mathematics）。

报告作完后，几位中青年学者曾与我进行了充分讨论，同时在网上我也与国外几位教授，包括现任国际数学联盟主席 Lovasz 教授进行了交流，更坚定了我的信心，并在个人已经出版的《地图、曲面与 Smarandache 几何的自同构群》（美国 American Research Press, 2005 年）和《Smarandache 重空间理论》（美国 Hexis, Phoenix, AZ，2006 年）基础上，于 2009 年在美国 InfoQuest 出版社出版《组合微分几何及

其在场论中的应用》专著，采用组合方法完成了组合 - 拓扑 - 微分几何 - 理论物理的理论框架建设工作。

一、我的组合学

我是较早从事组合学中图论研究的学者。1983 年，我来京在一所建筑学校求学，但个人的志向在于数学，于是在北京工业大学杨燕昌教授指导下学习组合数学，记得读的是青海师范大学油印的 Bollobas 著作《极值图论》（施容华翻译）并开展对一些期刊上发表的结果试着进行改进。1984 年 -1998 年这 15 年中，我一致在从事着图的结构性质研究工作。虽然这一时期也学习过拓扑学、微分流形、微分形式等课程，但没有做过深入研究，而在图论方面，则先后研究过图的离心率、自中心图、无三角形图、Hamiltonian 图和 Cayley 图等，并在国内期刊上发表过论文。这期间的一部分研究成果在国内期刊上的发表，一直延续到我攻读博士期间，也使我能够顺利完成博士阶段需要公开发表论文的数量，进入博士论文答辩。

这时所有研究是自愿的，也是业余的。这期间的研究工作也没有明确的方向，个人实际上也不清楚最终这些研究工作完成后对数学发展、科学发展有什么用，仅是把在学术期刊上发表论文看作一种社会承认，一种" 荣誉"，而这种想法到了上世纪八十年代末实现起来则变得越来越困难。当时国内学术界普遍认为图论研究太容易出成果，于是数学界一些主要学术期刊对图论论文进行了大范围封杀。大量图论论文遭到退稿，甚至没有任何理由，仅是" 不宜在本刊发表" 一句话就打发了作者。最近一些老先生纷纷为国内图论水平低下、跟不上国际图论研究进程发感慨。我个人始终认为，上世纪八十年代末国内学术界对图论论文的封杀是罪魁祸首，它直接导致了大量学者不愿意再研究图论，因为论文发表太难了。虽然后来一些学术组织每两年在国内召开一次" 全国图论学术交流会"，为团结图论学者做出了一定贡献，但基本上都是一些老学者带着一帮弟子参加，其目的在与多认识一些朋友，为论文发表和寻找基金资助找一条出路。进入二十一世纪后，这种团结促进作用也日益微乎其微了。

那么图论要不要研究，要不要跟上国际学者的研究步伐？答案是肯定的。2007 年，我曾在一个组合学论坛里发过“关于振兴图论研究的思考”一个帖子，代表了我对这个问题的看法，这里转述如下：

实际上图论或组合数学的研究不存在重振问题，关键是怎样搞，搞什么。作为数学科学大家庭中的成员之一，选题很重要。我们许多学组合的人，往往选一些纯组合类问题去研究，搞来搞去只有很少几个跟进的组合弟子感兴趣。我们往往不敢

问自己这样的问题：我研究的这个问题对数学科学有什么用处？对科学研究又有哪些贡献？为什么不敢问是需要深思的。知识的贫乏常造成我们也说不出来研究的课题有什么用！许多研究生告诉我“导师觉得这个结论是对的，让我证一下，然后合写一篇文章”— 这常常是国内组合研究的直接动因。要搞好国内的组合研究，导师必须有一种融入整个数学大家庭的心态，不要孤芳自赏，不要抱着一些经典的图论或组合问题不放，学“愚公移山”，该抛弃的问题一定要抛弃，不要因为还可以发表论文而组织学生一而再地进行研究。同时导师组织研究的课题应瞄准数学或科学的前沿进行，不要怕为人梯。学生则一定要广泛地学习其他数学或科学知识，这是组合学生最薄弱的地方，研究组合学一些初等问题常不需要太高深的数学基础，即易于造成人的懒惰心理而不注重整个数学科学的发展。应多看一看不同课题、不同数学或不同科学研究的问题与结果，从中发现组合的贡献，进而对数学研究做出贡献。切忌不要为追求短期效益、追求论文篇数与检索级别而重复进行一些简单的劳动，这对个人发展是没有好处的。

组合学实际上是一门大学问，是整个科学之母。这种观点在国际上也是到了本世纪才得到认同，而在国内，上世纪八十年代末那场封杀运动的余威仍在。中国实际上是组合学发源地，古老的《易经》实际上就是一门组合的学问。《易经》里给出了用不同组合模型代表不同的自然情形，进而认识自然的方法。但遗憾的是，用组合模型代表不同情形的做法在中国并没有得到很好的继承，而是跟在外国学者后面跑，步他们的后尘。我相信伴随着国际交流，将组合学看作整个科学之母的观点也会得到国内学者认同，我个人称之为“组合复兴之路”，也相信这种复兴对推动国内数学研究，乃至科学研究，进而成为数学大国大有好处。

二、我的拓扑学

我的拓扑研究始于 1999 年师从刘彦佩教授学习拓扑图论。拓扑图论的核心是研究图在曲面上的性质，特别是图在其上的 2- 胞腔嵌入性质，与一般图论研究不同，拓扑图论需要研究者具备代数学、代数拓扑学，特别是曲面分类及其性质方面的知识，数学味很浓。因为需要较多的数学基础，国内研究拓扑图论的人大多来源于刘彦佩等教授的弟子及其学生。

当时一起师从刘彦佩教授的有好几位弟子，主要研究两类问题，一类研究图在曲面上嵌入的性质及亏格计算；另一类研究不同构嵌入的计数问题，主要是计数给定一类曲面上标根地图的计数问题。我同时研究这两类问题，但兴趣点则想弄清楚标根地图计数的本质是什么？与图嵌入的关系是什么？采用代数分类的想法，我试

着对一个图在曲面上的所有嵌入，用 Burnside 引理进行同构分类，意外发现实际上可以用一个简单公式计算一个图在曲面上生成的标根地图数，于是明白地图计数实际上是在计算图的自同构群阶的倒数和。通常采用群论方法一般无法得到一个紧凑公式，而组合方法则可以发现一些特殊地图类紧凑公式。这就是 2003-2004 年我发表在《澳大利亚组合杂志》、国内《数学进展》、《数学物理学报》和韩国《应用数学与计算》等期刊上文章结果的来源。

图的曲面嵌入则主要研究一些特殊性质的嵌入，如每个面均为圈的 2- 胞腔嵌入等存在性和亏格计算问题。校图书馆正好有一本 Gross 和 Tucker 著的英文的《拓扑图论》，借出来整书复印后进行认真研读。出发点本是想弄清楚图的曲面亏格计算方法，结果发现这当中的电压图有着很强的代数和组合背景。电压图实际上是拓扑学中覆盖空间的一个特殊情形，应该可以在更大范围内应用。这种想法经近年努力得到了证明，促使了我这两年在一些国际期刊上发表的采用电压图方法构造主微分丛理论有关文章。

完成博士论文《论给定基础图的地图》并拿到博士学位后，觉得松了一口气，这时也有时间来反思攻读博士学位三年作了些什么研究？所得研究成果有哪些价值？才发现所有工作成果微不足道！特别是进入中国科学院数学与系统科学研究院跟随田丰研究员从事博士后研究的两年，我一致试图回答这样一个问题，就是拓扑图论到底有什么用？它在拓扑学，乃至整个数学中占据了何种角色？这个问题直到我的博士后研究结束，特别是研读了一些国外拓扑图论大家的著作才弄明白。简单说来，拓扑图论实际上是想用组合的方法研究曲面性状，进行曲面元的组合刻画。这就造成了真正的拓扑学家不会去研究拓扑图论问题。在拓扑学家看来，曲面不过是紧致的 2- 维流形，其分类问题已经得到了很好的解决。所以 2- 维流形上的问题在拓扑学中往往不会被重视，有关工作也不会对拓扑学的发展有更大的促进作用。拓扑学家更关注的是 n- 维流形。而从应用角度讲，特别是人类认识自然界需要，迫切需要弄清楚一般维数的流形结构。

从博士到博士后，我一直在采用同构分类的方法计数不标根地图，即图在曲面上嵌入计数。许多工作在当时已达国际一流水平了，还可以写出不少优秀论文。但当想清楚拓扑图论在拓扑学中的地位后，我停止了拓扑图论的研究工作，虽然还关注这方面的进展，也仍然参加国内图论与组合学术交流会。这也是我从 2005 年以后再没写过图论及拓扑图论方面文章的主要原因。

弄清楚了拓扑图论的最终目的，也直接促成了我提出数学组合化猜想，因为拓扑图论实际上就是曲面的组合化，成了我的数学组合化猜想一个有力佐证。这种想法，或者说是数学组合化猜想原型直接体现在了我的博士后报告《论地图与 Klein

曲面的自同构》，也就是 2005 年我在美国出版的《地图、曲面与 Smarandache 几何的自同构群》一书第五章前言中，即下面这段话：

For applying combinatorics to other branch of mathematics, a good idea is pull-back measures on combinatorial objects again, ignored by the classical combinatorics and reconstructed or make combinatorial generalization for the classical mathematics, such as, the algebra, differential geometry, Riemann geometry, ⋯ and the mechanics, theoretical physics, ... （想要将组合学应用于其它数学分支，一种最好的办法是在组合学研究时，恢复在经典组合学中所忽视的度量，对经典数学学科，如代数、微分几何、*Riemann* 几何⋯以及力学、理论物理⋯等进行重建或组合推广。）

这种思想也直接促成了我研究 n- 维流形，进而近年能够在国际期刊上发表一些关于组合流形及其基本群、同调群方面文章。

三、我的微分几何

2005 年与一位美国教授的网上机缘，使我下决心从组合转向 Riemannian 几何，并进而进行其组合推广的研究工作。

（一）Smarandache 几何

我在中国科学院数学与系统科学研究院的博士后研究于 2005 年 5 月底结束，联系在京科研机构、大学找工作，没有一家单位愿意接收。没办法只能回到从事博士后前工作过的一家招标公司工作。不能将数学作为职业来做，个人觉得很灰心，也有一种让学术界抛弃了的感觉。这年初美国一家出版社给我来过一份电子邮件，称只要书中有 Smarandache 几何的内容，他们可以资助我在美国出版。

我很欣赏个人在博士后报告的那种数学组合的观点，认为虽然不能职业从事数学研究，但应该把自己对数学发展的见解让世人知晓，在数学领域留下点痕迹。于是这年三月我开始重新整理博士后报告，增加了部分内容发给了美国那家出版公司，并告之我在书中第五章采用组合观点讨论了 Riemannian 曲面。这家公司的编辑看过稿子后，提出 Smarandache 几何远比 Riemannian 几何广泛，建议我研究后增加有关内容，并提供给我相关文献资料。当时的 Smarandache 几何研究相当初等，只要能构造出这种几何就可以刊发。由于多年研究组合、拓扑的原因，我习惯于采用组合思维方式研究他们的问题，发现他们提出的一个未解决问题采用平面地图很容回答。于是在书中增加了这部分研究结果后发给美国那家出版社。最终，这本书于 2005 年 5 月在美国正式出版。

这样，在博士后研究结束同时，我就在美国出版了一本学术专著，也创下了博士后研究结束在美国出版专著的先河。接触 Smarandache 几何，发现这方面存在大量的研究工作，相关论文、著作在美国出版较容易，点燃了我继续研究数学兴趣，并决定转向 Smarandache 几何研究。但我这时的工作关系已经回到了公司，为了不让外界认为我是非科班出身的学者，我与中国科学院数学与系统科学研究院有关领导商量，并将我在美国出版的那本专著送给他们。几位领导经过研究，一致同意我可以继续以中国科学院数学与系统科学研究院名义发表论文、出版专著和参加学术会议，对我的研究工作提供了极大支持。

Smarandache 几何是一种冲破传统观念的几何，即要求在这种几何空间中，一个命题可以同时成立与不成立，或是以两种以上方式不成立，这在经典几何中是不愿意接受的，总觉得这是一种包含矛盾的体系。经典几何比较喜好考虑那些具有均匀性质的几何空间，这与人们所期待的心灵感应相呼应，总觉得只有均匀的才是完美的，也才是理想的。但殊不知这种均匀的几何空间无论在自然界，还是在人类社会均不可能存在。自然界发展所依靠的动力，正是这种均匀与不均与之间的矛盾；而人类社会中超级大国与贫穷小国共存以及贫富差距的矛盾，则促使人类社会不断革命，促进了人类社会进步与发展。

我被这种怪异的几何吸引了，因为它更符合自然界和人类社会的实际情况，也是数学工作者需要采用定量方式弄清楚的。于是在接下来的时间里，我研究了 Smarandache 几何已有结果，特别是 Iseri 采用平面几何构造出的那些 Smarandache 几何，我觉得应在一般曲面上构造 Smarandache 几何，于是提出地图几何的概念并开展了相关研究。这些研究推广了 Iseri 的构造方法，也为我后来研究组合微分几何打下了基础。

地图几何实际上一般性地构造出了 2- 维 Smarandache 流形，而对于一般性的构造出 n- 维 Smarandache 流形，国际上除定性描述外并没有任何数学结果。这时，一位美国教授问我能否回答 Smarandache 几何与 Finsler 几何、Weyl 几何的关系。他们从直觉上认为 Smarandache 几何应该包括后面两种几何，但一直给不出数学证明。借助于我在欧几里德空间建立 Smarandache 几何的工作，我引入了伪 n 维流形，并在其上建立了张量场和纤维丛，从而一般性地完成了 n- 维 Smarandache 流形构造工作并回答了上述包含关系，得到了几位美国教授的认同，并在其随后编些的一本书中引述了这个结果。

目前国际互联网百科全书上解释 Smarandache 几何一共引用了五篇参考文献，其中两篇是由我完成的。

（二）重空间组合理论

研究这种怪异的 Smarandache 几何，我意识到实际上可以一般性地进行这种数学体系的建设，比如把两个以上的代数群、环、域或是度量空间放在一起，进而探讨其应有的结构及性质。在完成了几篇类似论文后，我把我的想法告知了美国朋友，他们告诉我这种想法实际上是一种特殊的 Smarandache 重空间。一个 Smarandache 重空间定义为 n 个两两不同空间的并，其中整数 n 大于等于 2。这样，Smarandache 几何不过是一种特殊的 Smarandache 重空间。

从理论上讲，人类受五官和自身条件的限制，只能部分地、或从不同角度认识自然，即得到一些片面结果，而且在人类认识角度看都是正确的，这正如著名的“盲人摸象”所蕴含的哲学道理。那么对自然的正确认识，如果不是片面的，那就应该是所有认识结果的总和，即所有自然行为特征的并集合，这也是国际上近年认为可以由此诞生理论物理的统一理论（Theory of Everything）的原因。

但一般性考虑不同空间的并集不过是一个集合问题，无法应用于自然的定量刻画。不同空间的并可以有许多种方式，而这种区分就需要借助于组合或是图论方法。所以我一直认为 Smarandache 重空间是一种泛组合理论，而且与我此前提出的数学组合化猜想的想法不谋而合。不过我认为，数学组合化猜想是一种可以实践并创立的理论，由此可以引导创立全新的数学组合理论而不仅仅停留在集合的并这个层面上。经过研究，并把我的观点进行系统总结，我于 2006 年 4 月在美国出版了第二本专著《Smarandache 重空间理论》，包括了我关于代数重空间、Smarandache 几何、地图几何、伪平面几何等方面的研究结果，其中大部份此前曾在美国一份学术期刊上发表。在一些引文索引评价中，这部专著被评论者定性为代数几何方面的专著。

（三）组合微分几何

理论物理，特别是引力场理论中应用的主要工具是 Riemannian 几何，所以想要将 Smarandache 几何或上面数学组合理念应用于理论物理研究，客观认识自然，仅完成一些定性研究工作是远远不够的，这也是我一直对美国几位教授组织的研究小组提出的忠肯意见。

从 2006 年 8 月我在“全国第二届组合数学与图论学术交流会”上提出数学组合化猜想之后，我一直在尝试建立组合 Riemannian 几何工作，在豪斯道夫空间基础上提出了组合流形概念并作为研究对象。直观上讲，它就是流形在给定组合结构下的空间组合，于是就有了拓扑组合流形和微分组合流形之分。前者研究组合流形的拓扑性质，如 d- 连通性，基本群、同调群、拓扑特征等内容，后者研究微分组合

流形的微分性质，如向量场、张量场、外微分、联络、Riemannian 度量、结构方程等微分性质。研究结果表明，这种研究对象具有流形和图结构双重性质，许多结果需要同时采用流形和图的一些指标才能描述清楚，这也是我最愿意看到的，因为这才是组合的本来面目。

第一篇论文“组合流形上的几何理论”（Geometrical theory on combinatorial manifold ）长达 50 余页，于 2007 年初完成。我个人认为这篇论文奠定了组合微分几何的基础，于是投到了美国 Trans. Amer. Math. Soc. 上，编辑很客气，告诉我目前该期刊积压的微分几何稿件三年之内刊发不完，建议我改投其他刊物。我给几位美国朋友去信，问哪些学术刊物接受关于 Smarandache 流形的论文。他们告诉我印度有一本几何与拓扑的学术期刊接受。我于是将这篇文章投了过去。审稿人是刊物的主编，日本一位很有名的几何学家。他给出了肯定的评价，决定接受这篇论文。随后编辑部给我发来正式的接收函，但同时付了一份版面费通知单。我这才知道这本期刊是要收费的。考虑到这篇文章的开创性，经过与编辑讨价还价，最后按 50% 的费用支付了版面费。这篇文章 2007 年在这本期刊上刊出。有了这次教训，加之这种开创性的文章在一些创立时间较早的期刊上均不愿意刊登的原因：一是接受的文章类别相对固定；二是创立时间越早，其审稿人和作者群均相对固定；三是对亚洲、非洲等国学者论文歧视；⋯ ⋯等，在我一位同学的建议下，我与美国朋友商量，询问能否帮助我在美国创立一本期刊，专门刊登数学组合与理论物理方面的论文和综述性文章。正好此前我在英国出版了一本论文集《数学组合论文选（I）》(Selected Papers on Mathematical Combinatorics)，于是决定采用”国际数学组合杂志”(International Journal of Mathematical Combinatorics) 的英文刊名。为表明这本期刊蕴含着中国文化，期刊封面采用河图与太极图进行组合，蕴含着采用组合思想研究数学、物理及宇宙万物的这种东方哲学思想。美国朋友很愿意帮忙，填表、在美国国会图书馆进行注册、申请统一的期刊号等事项均由他们完成。我这边则是组织编委会，并与中国科学院数学与系统科学院联系，希望能以中科院某个单位的名义编辑，同时期刊信息能够出现在其网站、网页上。中国科学院数学与系统科学院的有关领导很支持，同意以中国科学院管理、决策与信息系统重点实验室名义编辑，便将有关期刊介绍、编委名单和征稿启事等内容挂在了该实验室网站上。这本期刊于 2007 年十月在美国正式创刊，为后来发表国际上采用组合思想研究经典数学和理论物理的文章打开了论文发表的途径。

考虑到组合引力场方程建立和研究需要，我又陆续进行了组合流形上的联络、曲率张量、积分、结构方程、子组合流形及其在组合欧氏空间或欧氏空间中的嵌入，以及 Lie 群、主纤维丛理论的组合推广等研究，得到了一大批有价值的结果，这样

就初步完成了组合微分几何理论体系的建设工作，并于 2009 年 9 月在美国出版了组合微分几何及其在场论中的应用那本专著。值得一提的是，这当中建立组合流形上主纤维丛理论所采用的正是拓扑图论中电压图方法，即一种群、图、覆盖空间与微分几何有机结合的组合方法。

四、我的理论物理

几何研究的目的是为物理研究提供时空模型。Smarandache 几何是本着为广义相对论和平行宇宙提供数学模型提出的。我对理论物理的研究始于 2006 年，算是一位后学之辈。在《Smarandache 重空间理论》最后一章，初步讨论了 Smarandache 几何与广义相对论的关系、M 理论，以及与宇宙学的关系等内容。因为当时还没有系统建立组合微分几何，无法从数学上对平行宇宙进行计算与讨论，所以书中仅是简单的定性研究，有关结果也没有拿到期刊上发表。

到了 2009 年，经过三年多的研究，组合微分几何理论框架已经搭建起来了，有关的曲率张量计算已经可以付诸实施。为此，我又重新开始思考 Einstein 的广义相对论和平行时空问题。实际上，组合（微分）流形为平行场提供了一种数学模型，即任何一个光滑组合流形可以看作一个平行场，只不过需要把其中的每个流形看作一个物理场。

众所周知，Einstein 广义相对论阐述的，实际上是一种自然规律不以人的意志为转移的哲学思想，用一句话说，就是描述物理规律的数学方程在所有参考系中的表现形式应一致。那么，组合时空中的 Einstein 引力方程应该怎样表述呢？与经典的 Einstein 引力方程类似，组合引力场方程应为曲率张量方程，只不过这时的曲率为组合微分流形上的曲率。

组合时空，实际上蕴含着一种人类对自然认识存在局限性的哲学思想，这也是在中国古代一些哲学著作，如老子的《道德经》中所体现的。在这种认识下，人类对自然的测量结果实际上仅是真实结果的一部分，即一个片面结果，而真实结果远较人类认识到的要复杂的多，为此，我提出在组合时空中，除需要满足 Einstein 的广义相对性原理外，还需要满足射影原理，通俗的说，就是描述组合时空物理规律的数学方程在由整个空间投影到其中每个组成空间的变换下形式不变，这与人类对自然的认识和人类心灵感应是一致的。这样，推广后的组合引力场方程就蕴含了经典的 Einstein 引力场方程。反过来，利用已经得到的一些经典引力场 Einstein 方程的解，如 Schwarzschild 球对称解、Reissner-Nordstrom 解等，采用组合方法可用之去构造组合 Einstein 引力场方程的一些特殊解，对组合引力场的行为进行模拟。这种思想，首先出现在我的一篇关于组合流形上的曲率方程的论文，随后，美国一份

物理学术期刊今年以“专题报告”（Special Report）专门刊出一篇我的“组合引力场的相对性原理”（Relativity in Combinatorial Gravitational Fields）的文章，详细阐述了这种组合引力场及与经典引力场的关系。实际上，这种组合场的思想还可以应用于对规范场进行组合，建立组合 Yang-Mills 方程，进而用于粒子物理研究。我 2009 年在美国出版的《组合微分几何及其在场论中的应用》那本专著中进行了一些初步探索，这方面还有一些基础问题需要解决，也有较大的研究发挥空间。

五、对现行科研体制思索

回顾个人二十多年所走过的研究道路，深感科学研究，特别是原创性科学研究，除必须有一种科学奋斗精神外，还离不开一种好的研究思路和学术思想。前不久，一些媒体曾报道我国已经成为发表论文的“超级大国”并引以为荣，殊不知这当中 99% 都不属于原创，对推动科学乃至人类社会没有丝毫作用。它们或是小改小革，研究结果等同于练习题；或是跟着国际期刊上某一篇文章，稍作一点改进就忙着发表；或是为评职称、为应付每年发表论文要求数量而拼凑、抄袭之作；……，凡此等等，为什么产生这种现象是值得深思的。这当中有科研体制，包括科研基金支助、科研工作评价方法等方面的问题，也有科研人员自身素质和职业操守问题。

首先是经费问题，绝大多数科研人员的工资除养家外几乎所剩无几。科研人员，特别是研究基础科学人员待遇低一直是个不争的事实。我的许多同学因为拿不到科研基金，不得不放弃研究、放弃参加国内外的学术交流，因为他们首先是人，首先要满足生活需求。2008 年，我在湖南师范大学给青年教师和研究生一次学术报告中，引用了一位活佛对人类群体的层次划分。他说，人类实际上分为三个层次，第一层是整天忙于生计问题，即挣钱，养家糊口；第二层按一定思想引导人类实践，比如教师、牧师等；第三层则是创造思想，比如佛。在那次报告中，我告诉听众，研究数学科学实际上就是研究哲学，位于这位活佛分类中的第三层，属于已经解决了经济基础的上层建筑领域。如果还需要忙着打工挣钱，那么，你研究不了数学科学。毕竟世界发展到了二十一世纪，饿着肚子研究学问是不现实的，还不如去从事一些低层次的工作，先解决好生计问题再谈学术研究。所以，解决好大多数科研人员经费问题，使他们无后顾之忧是建立科技强国的首要工作。

而科研经费评审，支助谁不支助谁则成了基金管理者的心病。虽然每次基金评审找了许多有水平的专家进行评审，但殊不知学业有专攻，并非他们就一定知道课题申请人的课题会为学科发展带来突破。而仅是凭借课题申请人在申请报告中的阐述或是对申请人科研工作的了解判断其课题价值。这种做法，势必造成学术界的分帮分派，以及拉关系走后门事件发生。经常见到一些老掉牙的课题还不时有基金资

助；而一些开创性的课题，特别是一些青年学者提出的一些开创性课题，因其人脉关系不到位，评审者又看不懂或无法预测其对科学发展的作用而得不到资助。

我一直没有申请过国内科研基金，主要原因是我的研究工作，特别是专著、论文的出版，一直得到美国一些机构资助。这样可以有更多的时间研究一些对数学或科学发展均有促进的课题而不用为每年考核需要的论文数量发愁。我个人始终觉得，从事科学研究的最主要前提是研究者对研究工作的热爱并愿意为之奋斗终身加之好的研究思想，而不单纯决定于在大学或科研机构从事职业研究，这也是判断一个人从事科学研究处在上面那位活佛分类中哪个层次的一个主要标准。

其次，国内对科研人员、大学教师的评价机制，一直制约着国内学术发展，那种急功近利的思想，不时激励研究者从事哪些短平快的课题，不愿意也不可能去做一些有益于科学发展的大课题。这也是造成国内创新性成果少，与西方发达国家差距越来越大的一个主要原因。2007 年我曾在一个论坛中发了一个“关于 SCI 论文”的帖子，对国内科研评价体制进行了思索，其中一段话如下：

个人认为当下在国内及需要纠正的，是将一些不应该纳入科学评价体系的内容纠正回来，比如以 SCI 论文数量评价一个学校或一个学者，因为科学工作的评价至少在三年后才能看出来其价值，有的甚至是在数十年以后，如 Yang-Mills 场就是这方面的一个例子。让人们多去研究一些与人类认识自然、与人类适应自然相关的重大课题，这才是科学研究的首要任务，也是数学研究选题的方向。

我的这种观点在国外近几年也有不少呼声。2008 年底，美国工业数学会等三位会长曾联名发文，批评采用 SCI 指标评价科研工作，反对其与科研基金资助挂钩。我的几位美国朋友也不时与我讨论类似问题。这种评价体系实际上采用了一种引用率高的论文学术水平一定高，其完成者学术水平高的假设，这是极不科学的，也是肤浅的，因为 SCI 指标计算主要依据的是论文引用率，丝毫不涉及论文的学术水平，引用率高不过表明后继者可以进一步做一些工作，表明读过这篇论文的人比较多而已。

所以，如果不解决科研人员、特别是从事基础科学研究的人员待遇问题，不改变采用 SCI 论文指标评价科研工作的方法，我们很难看到一些大的、有国际影响的开创性工作面世。美国《物理进展》学报主编 Rabounski 教授于 2006 年曾在该学报上分别采用英文和法文发表了一封“科学研究自由宣言：科学人的人权”（Declaration of academic freedom: scientific human rights）的致科学社会的公开信，受到了国际科学界的普遍关注。他指出：

科学研究的思想是开放的，无禁锢的；科学家在科学问题研究上是平等的、自

由的，无权威还是普通人员等级区分；科学论文的发表是自由的，不能人为设置障碍，或仅因审稿人喜好而拒绝论文的发表，不能依论文的 SCI、EI 等检索对其进行等级评判；同时科学研究要遵守人类社会的道德观，不能从事那些反人类的、有悖于人类道德的研究，这是每一位科学工作者的权利与义务等。

人类社会进入到二十一世纪，环境、不可再生资源等问题日趋严重，与人类过去若干年自然的不知晓，从事过多有悖于自然规律的活动有关。此时，科学研究迫切需要与自然和人类社会协调发展、共同进步，这是二十一世纪科学自身发展和其服务于人类社会功用应采取的必经之路，也是每个科研人员需要与之奋斗并贡献其才智的大问题。

谨以此文与国内学者们共勉！

学习数学的点滴体会

毛林繁

(北京城市建设学校, 建 83-1 班学生)

数学中的定义是用来解释一些重要的数学概念的,定理则是用来反映概念之间的相互关联(性质)的。这两部分知识构成了数学的基本内容。而解答习题的目的有在于培养我们运用所学的定义、定理分析问题、解决问题的能力,三者有机地统一于我们学习数学的过程中。所以,我们要学好数学,关键是掌握学习概念、定理、习题的正确学习方法。本文后就此问题,结合自己学习数学的体会,谈些粗浅认识,与同学们互相商讨。

一、概念的学习

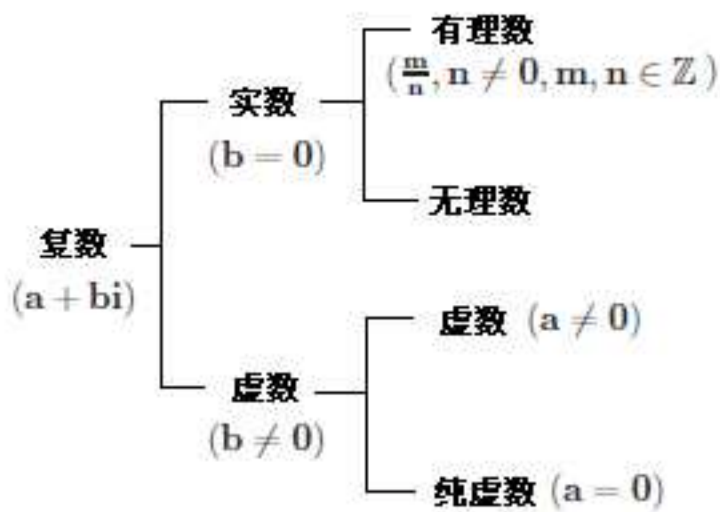
数学中的基本概念通常由定义来说明。学习一个定义,应先逐字逐句地分析一下该定义给出了怎样一个概念 (若是可以画图的,还可以根据定义画出几个图来,以便于直观理解)。尤其要重视定义中的限定成份 – 条件,这时我们理解概念的关键所在,因为定义中的条件,往往是用来区别其它概念的基础。例如 "纯虚数" 是 "实部为 0 而虚部不为 0 的复数",掌握这个定义,首先要抓住 "实部为 0 而虚部不为 0 的复数" 这个重要条件,因为任何一个复数都可以写成 $a+bi$ 的形式,在上述定义中,既排除了 $a\neq 0$ 的复数,如 $2+5i, 5-\frac{4}{3}i,\cdots$,又排除了 $a=b=0$ 的极端情形。通过以上分析,我们知道 "纯虚数" 实际上就是 "实部为 0 的虚数",如 $5i,-\frac{3}{4}i,\cdots$ 等。

有些数学定义,初次接触不能完全理解,或者虽能理解,但对他的作用感到茫然,这在学习过程中是正常现象。一个概念,只有在用的时候才能真正体会到他的价值。而我们对一个概念的透彻理解,本身就是一个循序渐进的过程。事实上,只有当我们看到一个概念的具体作用时,对它的理解才会由文字表述上升为具体的数学形象。例如,初学微积分的同学往往觉得这门课难懂,主要原因就是对极限的概

[1]原文发表在《中专数学研究》, 2 (1985)。

念以及由它而表现出来的一套思想方法理解不透。我自己的体会是，学习极限及其反映出的思想应随着微积分知识的积累二逐渐深入，特别是学完了定积分一章后，应认真体会一下定积分中的“分割 → 求和 → 取极限”的思想，它直接体现了微积分的基本思想。极限的作用这时也充分显示出来了。这时再来重温一下极限的定义，那么，对他的理解就不仅是单纯的字面理解了，而要深刻的多，既有形式，又有内容。

对有关概念加以比较、归纳，从而深入理解相关概念之间的联系，这是学习数学的极重要的方法。例如，学完复数一章，对各种书的概念进行比较，就有



这种比较与归纳有助于我们把概念的学习向深度和广度发展。对掌握系统的数学知识是很有好处的。

学习一个概念，我喜欢思考数学中为什么要提出这个概念，例如，与矩阵有关的一些概念和解线性方程组密切相关。加减消元法实质上仅改变未知数的系数与常数项，这使得解线性方程组的过程可在由未知数的系数和常数项组成的数表中进行，这就有了矩阵的概念。此外，要使得在矩阵中解未知数成为可能，就必须定义它的几种变换，使得解线性方程组中允许的几种变换在矩阵中都能反映出来，这就产生了矩阵的三种变换（话虽是这样简单，里面却蕴含着一种从具体到抽象的数学方法）。通过这样的思考，使我能更好地学习有些人感到“枯燥”的数学概念。

二、定理和习题的学习

定理是反映概念之间的相互联系的。学习一个定理，首先要弄懂定理的意思，对他进行直观理解；进一步要弄清楚定理的作用 – 它解决了怎样的问题；最后才是学习

它的证明。

掌握了定理的证明，还应该专门把证明思路提炼出来，进一步明确条件和结论的关系。例如，我自学微分中值定理中的罗尔定理：

“如果 i) 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续；ii)$f(a)=f(b)$；iii)$f(x)$ 在开区间 (a,b) 内可导，则在 (a,b) 内至少存在一点 c，使得 $f'(c)=0$.”

通过提炼它的证明思路，知道了定理中条件的作用。条件 i) 保证了 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可达极大和极小值；条件 ii) 则保证了 $f(x)$ 在 (a,b) 上的一点 c 达极值；条件 iii) 则保证了 $f'(c)$ 一定存在。这样，根据费尔玛定理，就有 $f'(c)=0$。这也再次是我体会到数学的严密性。

习题实际上也是定理，只不过它不象课本中定理那样重要。解题有两个目的：(一) 复习巩固所学的知识；(二) 训练我们灵活地分析问题、解决问题的能力。对中专生来说，这两个目的都不可忽视。

解题离不开联想。联想的对象主要指学过的公理、定义、定理和习题。对于公理、定义和定理，它们是解题的基础，一般同学都会给以注意，最易忽视的是以前解过的习题，它常常是作为一种练习而随解随忘，这对解题是极不利的。我在学习中越来越深刻地认识到，有意识地建立自己的题解“仓库”，对于解题是件极有益的事。建立自己的题解“仓库”，一方面是经常对自己的解题方法加以总结、提炼；另一方面，要多从书刊中发表的别人的一些好的解题方法中提取养分，用那些经典的、由独创特点的解题方法去进一步充实自己的“仓库”。我自己的解题实践表明，这样做的结果确能开创自己的解题思路。这主要表现在：

(一) 熟悉一些重要的习题的结论后，常可以缩短与这些结论有关的习题的解答的时间。例如，求

$$\int\sqrt{\frac{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}{1+x^2}},$$

若知道

$$[\ln(x+\sqrt{1+x^2})]'=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

的结论，求不定积分的问题就可迎刃而解：

$$\begin{aligned}\int\sqrt{\frac{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}{1+x^2}} &= \int\sqrt{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}d\ln(x+\sqrt{1+x^2}) \\ &= \frac{2}{3}\ln^{\frac{3}{2}}(x+\sqrt{1+x^2})+C.\end{aligned}$$

（二）记住一些比较独特的习题的解法，在解类似问题中常可以借鉴。如要证明组合恒等式：

$$\sum_{k=1}^{n} kC_n^k = n2^{n-1},$$

若能回想其课本中对

$$\sum_{k=1}^{n} C_n^k = 2^n$$

的证明方法，就会想到应从

$$1+\sum_{k=1}^{n} C_n^k x^k = (1+x)^n$$

出发，两边先对 x 求导，再令 $x=1$ 就知

$$\sum_{k=1}^{n} kC_n^k = n2^{n-1}.$$

总之，概念、定理和习题的学习是学习数学的三个密不可分的统一体。值得提醒同学们注意的是，我们学好数学绝不是一个单一的过程就可以完成的，必须有多次反复。多读、多想、多练，从而才能不断提高数学课的学习质量。

A Foreword of《SCIENTIFIC ELEMENTS》

Linfan Mao

(Chinese Academy of Mathematics and System Science, Beijing, 100190, P.R.China)

Science's function is realizing the natural world and developing our society in coordination with its laws. For thousands years, mankind has never stopped his steps for exploring its behaviors of all kinds. Today, the advanced science and technology have enabled mankind to handle a few events in the society of mankind by the knowledge on natural world. But many questions in different fields on the natural world have no an answer, even some looks clear questions for the Universe, for example,

what is true colors of the Universe, for instance its dimension?

what is the real face of an event appeared in the natural world, for instance the electromagnetism? how many dimensions has it?

Different people standing on different views will differently answers these questions. For being short of knowledge, we can not even distinguish which is the right answer. Today, we have known two heartening mathematical theories for sciences. One of them is the Smarandache multi-space theory came into being by purely logic. Another is the mathematical combinatorics motivated by a combinatorial speculation, i.e., every mathematical science can be reconstructed from or made by combinatorialization.

Why are they important? We all know a famous proverb, i.e., the *six blind men and an elephant*. These blind men were asked to determine what an elephant looked like by feeling different parts of the elephant's body. The man touched the elephant's leg, tail, trunk, ear, belly or tusk claims it's like a pillar, a rope, a tree branch, a hand fan, a wall or a solid pipe, respectively. They entered into an endless argument. Each of them insisted his view right. All of you are right! A wise man explains to them: why are you telling it differently is because each one of you touched the different part of the elephant. So, actually the elephant has all those features what you all said. That is to say an elephant is nothing but a union of those claims of six blind men, i.e., a *Smarandache multi-space with some combinatorial structures*. The situation for one realizing the behaviors of natural world is analogous to the blind men determining what an elephant looks like. L.F.Mao said Smarandache multi-spaces being a right theory for the natural world once in an open lecture.

For a quick glance at the applications of Smarandache's notion to mathematics, physics and other sciences, this book selects 12 papers for showing applied fields of Smarandache's notion, such as those of Smarandache multi-spaces, Smarandache geometries, Neutrosophy, $\cdots$ to mathematics, physics, logic, cosmology. Although each application is a quite elementary application, we already experience its great potential. Author(s) is assumed for responsibility on his (their) papers selected in this books and not meaning that the editors completely agree the view point in each paper. The Scientific Elements is a serial collections in publication, maybe with different title. All papers on applications of Smarandache's notion to scientific fields are welcome and can directly sent to the editors by an email.

傅氏级数、拉氏变换及 RMI 原则

毛林繁

(北京城市建设学校, 建 83-1 班学生)

傅里叶级数和拉普拉斯变换的研究中, 充分显示了一些重要的数学思想。将一个函数展成一函数项无穷级数, 通过研究级数的性质得到函数的性质, 这是无穷级数论中研究函数的基本思想。而傅里叶级数运用了这一思想。利用三角函数系: $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \cdots, \cos nx, \sin nx, \cdots$ 的正交性将周期函数 $f(x)$ (设周期为 2π, 不是 2π 时, 可以引进代换化成这种情况) 按公式:

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx, \quad a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kxdx,$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kxdx, \quad (k = 1, 2, 3, \cdots)$$

展成了无穷级数:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos kx + b_k \sin kx).$$

对于非周期函数可以采用一种拓广函数定义的方法, 变成周期函数, 从而亦可以展成傅氏级数。所谓拓广函数的定义, 简言之就是: 对定义与 $[a, b]$ 上的非周期函数 $F(x)$, 重新定义一个函数 $F*(x)$, 使得对任意 $x \in [a, b]$, 都有 $F*(x) = F(x)$, 而 $F*(x)$ 是定义域全数轴上的, 以 $(b-a)$ 为周期的函数。

例 1[3] 要在 $[-\pi, \pi]$ 上将 $f(x) = x^2$ 展开为傅氏级数, 我们可以先拓广 $f(x)$ 的定义:

$$f*(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [-\pi, \pi], \\ (x - 2k\pi)^2, & x \notin [-\pi, \pi], \end{cases}$$

这里, k 是整数, 使得 $|x - 2k\pi| \le \pi$, 则 $f*(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数, 其图像见下页图 1:

[1]原文发表在《中专数学研究》, 1 (1985)。

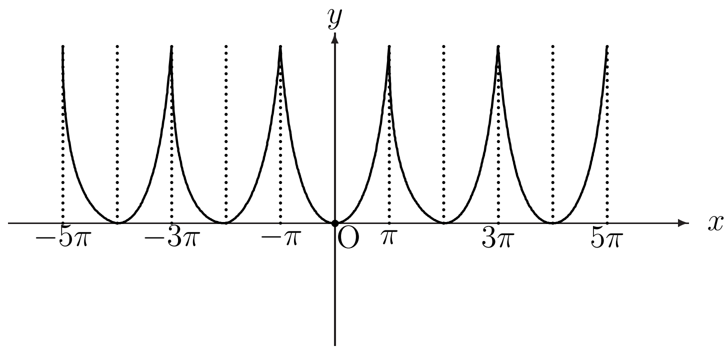


图 1

这样，我们可以将 $f*(x)$ 在全实轴上展成傅里叶级数：

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f*(x)dx=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x^2dx=\frac{2}{3}\pi^2,$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f*(x)\cos nxdx=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x^2\cos nxdx=4\times\frac{(-1)^n}{n^2},$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f*(x)\sin nxdx=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x^2\sin nxdx=0.$$

故知

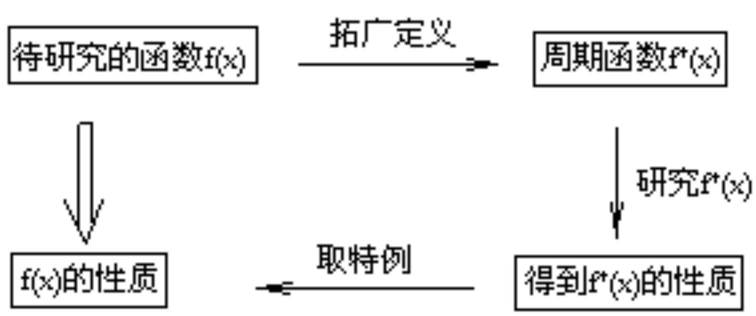
$$f*(x)=\frac{2}{3}\pi^2+4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\cos nx.$$

此级数收敛于 $f*(x)$ 特别地，在 $[-\pi,\pi]$ 上，就有

$$f(x)=f*(x)=\frac{2}{3}\pi^2+4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\cos nx.$$

这样，我们就得到了 $f(x)$ 的傅里叶展开式。

掺杂于傅里叶级数中的上述四项，用框图表示就是：



数学中把复杂的运算转化为另一领域内简单运算的做法，是符合科学研究规律的。而拉氏变换正是利用这一基本思想。这里，我们简单介绍以下拉氏变换在解常系数微分方程中的应用。

拉氏变换：

$$L[f(x)] = F(p) = \int_0^{+\infty} f(x)e^{-pt}dt.$$

其重要性首先表现在他有许多奇妙的性质，这些特性使得微分方程转化为代数方程。首先，通过计算，我们可得

$$L[f^{(n)}(t)] = p^nF(p) - \{p^{n-1}f(0) + p^{n-2}f'(0) + \cdots + f^{(n-1)}(0)\}.$$

由此，对任一常系数高阶线性微分方程

$$\frac{d^ny}{dx^n} + a_1\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} + \cdots + \frac{dy}{dx} + a_ny = f(x),$$

只要引入拉氏变换：$y(x) \to F(p) = \int_0^{+\infty} f(x)e^{-pt}dt$，就可以化成一个以 $L[y(x)]$ 为未知数的一元线性方程，这样就可以解得 $L[y(x)]$，从而就有 $y(x) = L^{-1}\{L[y(x)]\}$。

例 2 用拉氏变换求方程 $y"(x) + 2y'(x) + 2y(x) = e^{-x}$ 的满足条件 $y(0) = y'(0) = 0$ 的解。

解 $i)$ 引入拉氏变换 $L[y(x)] = Y$，对方程两端取拉氏变换，注意 $y(0) = y'(0) = 0$，得关于 Y 的代数方程

$$p^2 + 2pY + 2Y = \frac{1}{p+1}.$$

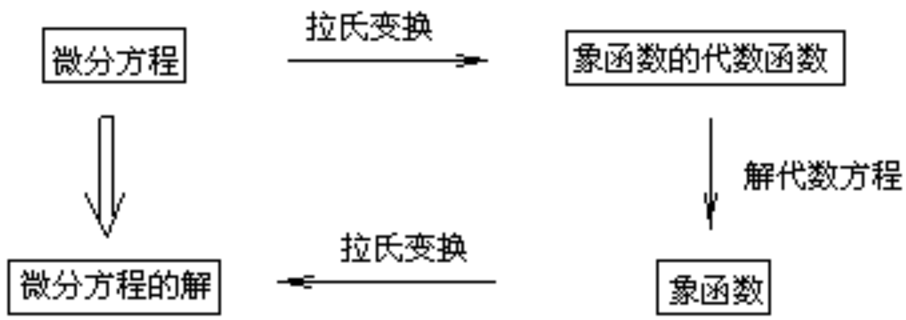
$ii)$ 解上面的代数方程就有：

$$Y = \frac{1}{(p^2+2p+2)(p+1)} = \frac{1}{p+1} - \frac{p+1}{(p+1)^2+1}.$$

$iii)$ 取拉氏逆变换就有

$$y(x) = e^{-x} - e^{-x}\cos x = e^{-x}(1-\cos x).$$

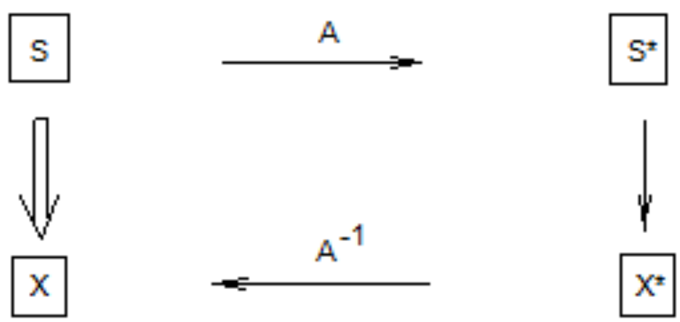
这种解法可以画框图表示如下 [4]：



无论是傅里叶级数，还是拉氏变换，其基本思想都是更广泛的一种思想的具体应用。这就是数学方法论中的关系映射反演员则，及 RMI 原则 [1]:

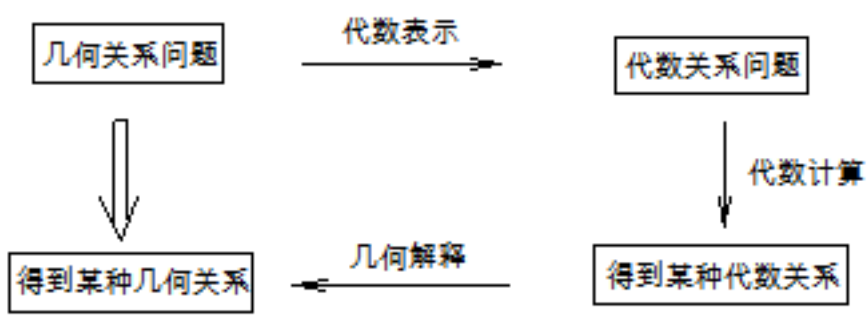
给定一个含有目标原象 X 的关系结构系统 S，如果能找到一个可定映射 A 将 S 映射入或映满 S^*，则可以从 S^* 通过一定的数学方法把目标映象 $X^* = A(X)$ 确定出来，从而通过反演即逆映射便可把 $X = A^{-1}(X^*)$ 确定出来。

这一过程可用框图表示为：

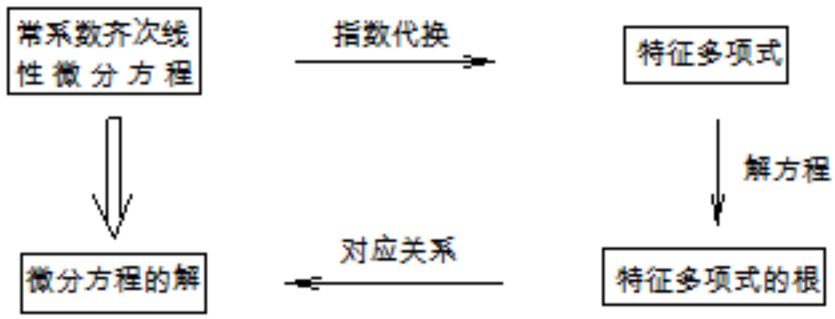


RMI 原则是数学中普遍运用的方法原则。它的具体运用在数学种的各个领域都可以看到。

例 3 中专《数学》第二册第二分册种讲述的解析几何，其解决问题的基本思想就是 RMI 原则的运用。若用框图表示，使我们可以清楚地看到这一点：



在解常系数线性微分方程时，也是 RMI 原则的具体运用，其框图表示如下：



例 4[2] 近代组合论中，不少解决问题的方法是 RMI 原则的具体运用。这里简单介绍一下其中的母函数（生成函数）的方法。

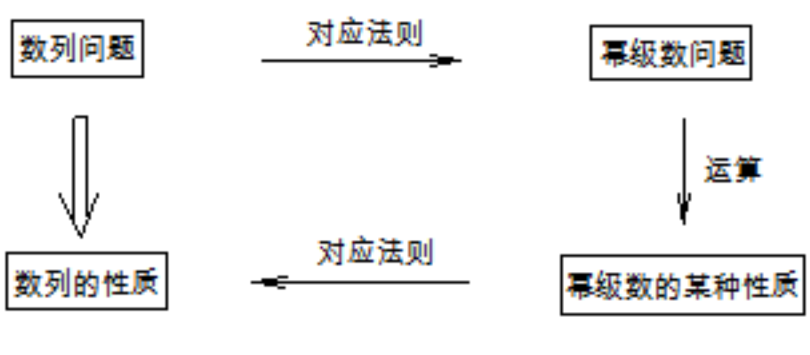
所谓母函数方法，就是把一个无限数列：$\{u_n\} = \{u_1, u_2, \cdots, u_n, \cdots\}$ 对应于形式幂级数

$$u(t) = \sum_{i\geq 0} u_i t^i$$

和

$$e^{ut} = \sum_{i\geq 0} u_i \frac{t^i}{i!},$$

并约定 $u^i := u_i$（前者称为普母函数，后者称为指母函数），然后通过研究普母函数和指母函数，再通过上面的对应关系，反演回来，就可以得到数列 $\{u_n\}$ 的某种性质。框图表示为：



例如，解差分方程 $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$，$u_0 = A, u_1 = B$ 就可以采用这种母函数的方法。设

$$u(t) = \sum_{i\geq 0} u_i t^i$$

则有

$$atu(t) = \sum_{i\geq 0} au_i t^{i+1},$$

$$bt^2u(t) = \sum_{i\geq 0} bu_i t^{i+2}.$$

所以

$$u(t) - atu(t) - bt^2u(t) = u_0 + u_1 t - au_0 t + \sum_{i\geq 0}(u_{i+2} - au_{i+1} - bu_i).$$

根据数列 $\{u_n\}$ 的递归关系，就有

$$(1 - at - bt^2)u(t) = u_0 + (u_1 - au_0)t.$$

所以，

$$u(t) = \frac{u_0 + (u_1 - au_0)t}{1 - at - bt^2}.$$

设 $1 - at - bt^2 = (1 - r_1 t)(1 - r_2 t)$，则有

$$u(t) = \frac{1}{r_1 - r_2}\left(\frac{u_1 - au_0 + r_1 u_0}{1 - r_1 t} - \frac{u_1 - au_0 + r_2 u_0}{1 - r_2 t}.\right)$$

将 $u(t)$ 展开成幂级数，就有

$$u_n = (B - aA) \times \frac{r_1^n - r_2^n}{r_1 - r_2} + A \times \frac{r_1^{n+1} - r_2^{n+1}}{r_1 - r_2}.$$

特别地，对于由兔子数目的斐波那奇问题到处的数列 $\{F_n\}$，因有 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$，$F_2 = F_1 = 1$，故有 $A = B = 1, a = b = 1$ 且 $r_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$，$r_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$，所以

$$F_n = \frac{r_1^{n+1} - r_2^{n+1}}{r_1 - r_2} = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right].$$

这是一个耐人寻味的式子，数列 $\{F_n\}$ 中任一项都是整数，然而 F_n 却是通过无理数来表示的。

附：主要参考资料

[1] 徐利治《数学方法选讲》。
[2] 柯召、魏万迪《组合论》上册。
[3] 吉林大学数学系《数学分析》中、下册。
[4] 中等专业学校攻克通用教材《数学》第四册。

理论物理引发的二十一世纪数学

—*Smarandche*重空间理论 *

毛林繁

(中国科学院数学与系统科学研究院, 北京 100190)

摘要. 从上个世纪二十年代开始, 理论物理学家一直致力于建立物理学的一种大统一理论, 即*Theory of everything*。这种祈求在几代物理学家的努力下, 于上个世纪末初见成效, 这就是理论物理中弦理论及 M- 理论的创立。物理学家同时意识到, 建立这种大统一理论的难点在于数学家没有建立与此相对应的数学理论, 用他们的话说, 就是二十一世纪的物理学已经建立起来了, 但制约其研究与发展的颈瓶在于数学家还没有建立起二十一世纪的数学理论。实际上, 物理学家可能不清楚, 在弦理论与 M- 理论建立的同时, 数学家也建立了一种可以称之为二十一世纪数学的理论, 这就是*Smarandache*重空间理论, 其应用的对象正是理论物理学家所祈求的, 当然, 作为一种数学理论, 其覆盖面远较理论物理的需求要广泛得多。本文的主要目的在于系统地介绍这一理论的产生背景、研究的主要问题、思想、主要方法以及主要研究成果等, 从中可以看出组合数学思想在其创立过程中起到的推动作用。本文主要取材于作者新近在美国出版的一本专著 [16] 中的部分材料。

The Mathematics of 21st Century Aroused by Theoretical Physics

Abstract. Begin with 20s in last century, physicists devote their works to establish a unified field theory for physics, i.e., the *Theory of Everything*. The

[1]曾在全国第二届组合数学与图论学术交流会 (2006 年 8 月, 天津, 南开大学) 和四川省万源市中学报告 (2006 年 3 月)。

[2]e-print: 中国科技论文在线, 200607-91

aim is near in 1980s while the String/M-theory has been established. They also realize the bottleneck for developing the String/M-theory is there are no applicable mathematical theory for their research works. “*the Problem is that 21st-century mathematics has not been invented yet*”, They said. In fact, mathematician has established a new theory, i.e., the *Smarandache* multi-space theory applicable for their needing while the the String/M-theory was established. The purpose of this paper is to survey its historical background, main thoughts, research problems, approaches and some results based on the monograph [16] of mine. We can find the central role of combinatorial speculation in this process.

关健词：宇宙大爆炸理论，M- 理论，重空间，地图几何，*Smarandache*几何，伪度量空间几何，*Finsler*几何。

分类号 AMS(2000)：03C05, 05C15, 51D20,51H20, 51P05, 83C05,83E50

§1. 宇宙暴涨模型提出的数学问题

1.1. 物理时空

静态空间采用长、宽、高描写，记：长 $= x$, 宽 $= y$，高 $= z$，则一个静态空间可以用三个参数进行描写，即坐标 (x, y, z)；动态空间采用长、宽、高、时间描写，如果记时间变量为 t，则一个动态空间可以采用坐标 (x, y, z, t) 描写。静态空间及其变化见图 1.1。将时间看作一个变化数轴，则人类在某一个时刻看到的宇宙形态实际上是整个宇宙的一个截面 (section)。

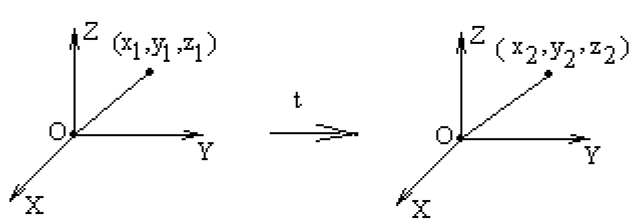


图 1.1. 坐标系的时间变化

人类的生产生活实践表明，人类生活的宇宙空间与上面动态空间是一致的，即人类生活的空间是 3 维的，如果加上时间变量，则是 4 维的, 这就是 Einstein 的时空观。

1.2. 宇宙创生的大爆炸理论

依据人类数千年的观察，特别是 Einstein 的引力场方程，物理学家建立了宇宙的大爆炸理论，这种理论认为，宇宙起源于一个近似于真空状态的均匀球状空间，这个空间具有真空能。外界条件的变化，使这个均匀的、有能量的球空间发生了爆炸、合成基本粒子、释放能量，高温高能量状态下，基本粒子合成了最初几种简单物质，在经过近 137 亿年的演化形成了今天的浩瀚宇宙。

依据 Hawking 的观点，爆炸产生过程类似于水中气泡运动的结果 ([6] – [7])，如图 1.2 所示

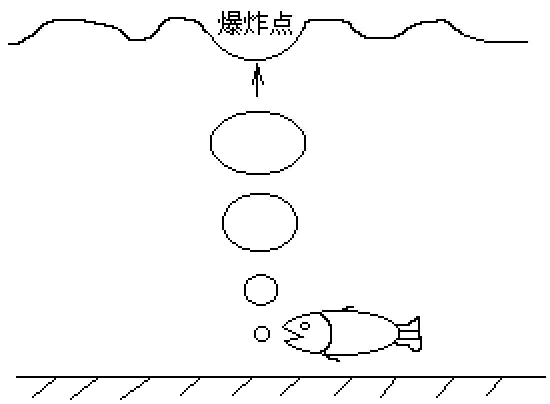


图 1.2. 水中气泡的运动

图 1.3 中，详细描述了宇宙由大爆炸开始的演化与膨胀，直至产生今天人类观测得到的宇宙过程。

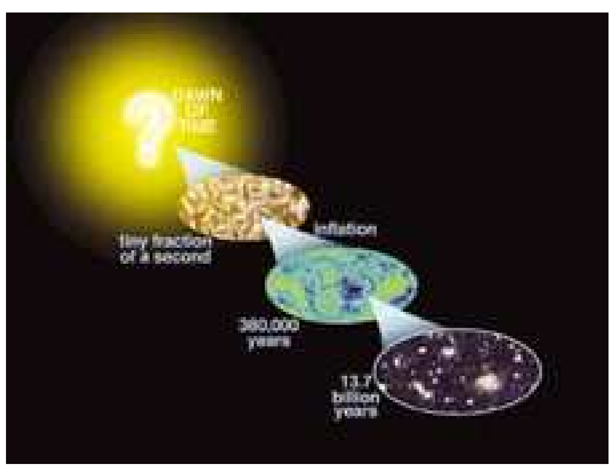


图 1.3. 宇宙大爆炸的过程

依据大爆炸理论的计算结果，宇宙诞生以后的演化过程大致如下：

起点 —宇宙大爆炸开始于一个真空球空间，一个约 137 亿年前爆炸的“原始火球”，它的起始时间为 0。它有无限高的温度和无限大的密度。目前还不能用已知的数学和物理的规律说明当时的情况。时间从此爆炸开始，空间也从此急剧膨胀扩大。

普郎克时代 —时间 10^{-43} 秒，密度是 $10^{93}kg/m^3$，温度降到 10^{32}K。这时的宇宙均匀而且对称，只有时间、空间和真空场。

大统一时代 —时间 10^{-35} 秒，温度降到 10^{28}K，宇宙发生了数次暴涨，其直径在 10^{-32} 秒的时间内增大了 10^{50} 倍。暴涨引起了数目惊人的粒子产生，这时虽然引力已从统一的力分离出来，但由于能量过高，强力、弱力和电磁力都还未分开，产生的粒子也没有区分。这一时期重子数不守恒的过程大量进行，造成重子略多于反重子，其后温度降低，等数目的重子和反重子相遇湮灭，就留下了只有中子和质子而几乎看不到反重子的不对称的现时的宇宙。

强子时代 —时间 10^{-6} 秒，温度为 10^{14}K；

轻子时代 —时间 10^{-2} 秒，温度为 10^{12}K；这期间，强作用、弱作用和电磁作用逐渐区分开。宇宙中出现了各种粒子，由于温度很高 (10^{10}K 以上)，粒子的生存时间都是极短的，它们通过相互碰撞而相互转化，原子这时还没出现。

辐射时代 —时间 $1-10$ 秒，温度降至约 $10^{10}-5\times10^{9}$K，质子和反质子、电子和正电子相遇时湮灭，产生了大量的光子、中微子以及反中微子，基本粒子开始结合成原子核，能量以光子辐射的形式出现 (人们探索微观世界和宇宙结构的努力在这里会合)。

氦形成时代 —时间 3 分钟，温度降至约 10^{9}K，直径膨胀到约 1 光年大小，有近三成物质合成为氦，核反应消失；半小时后，有质量的粒子数和光子数的比约达到了 10^{-9}，辐射密度仍然大于物质密度。

粒子数丰度稳定时代 —半小时后，温度降低到 10^{8}K，各种粒子在相互碰撞中因能量不足已不能相互转化 (少量的湮灭除外)，从这时起, 宇宙中各种粒子数的丰度就趋于稳定。由于这时温度仍然很高，光子有足够的能量击碎任何短暂形成的原子，把后者的电子剥去，所以当时没有可能出现原子。

进入物质时代 —时间 $1000-2000$ 年，温度降至约 10^{5}K，物质密度开始大于辐射密度。由于宇宙的膨胀，光子到达任何一点（例如一个刚刚形成的原子）时都将因退行引起的多普勒效应而使其波长增大而能量减小，由于退行速度随宇宙的膨胀而逐渐增大，这些光子的波长也就不断增大而能量不断减小。

物质从背景辐射中透明出来 —时间 10^{5} 年，温度降至约 5000K，物质温度开始

低于辐射温度，最重和最轻的基本粒子数的比值保持恒定。大约经过一百万年，由爆炸初期产生的光子的能量就降到了不足以击碎原子甚至激发原子的程度，宇宙这时就进入了光子和原子相互分离的退耦时代，即宇宙变成了透明的，温度大约降为3000K。从这时开始，原子开始形成，但也只能产生较轻的元素。至于较重的元素，那是在星系、恒星形成后，在恒星内部形成的，恒星形成后，各恒星内部产生了各自不同的温度。超过铁的更重元素则是在超新星爆发或星系的碰撞、爆发中形成的。

星系形成 —时间 10^8 年，辐射温度降至约 100K，物质温度为 1K。

类星体、恒星、行星及生命先后出现——时间 10^9 年，温度降至约 12K，太空逐渐形成我们后来观测到的情景。

目前阶段 —时间 10^{10} 年，辐射温度降至约 3K，星系物质温度约 10^5K。

1.3. 宇宙大爆炸理论引出的数学问题

理论物理与实验物理研究表明物质由三种物质粒子，即电子 e、上夸克 u 和下夸克 d 构成。二十世纪初出现了两种描述粒子之间相互作用的理论，这就是 Einstein 的相对论和 Dirac 的量子力学。相对论是描述引力的理论，一般用于研究宇宙物理学；而量子力学是关于微观粒子作用力的理论，包括电磁力、强核磁力、弱核磁力。这四种作用力构成了粒子之间相互作用的基本作用力。

从上个世纪二十年代开始，许多物理学家，包括 Einstein 本人一直致力于统一这四种基本作用力，即统一相对论和量子力学，建立物理学的大统一理论，即文献中经常出现的*Theory of Everything*。经过 80 多年的研究，问题一直没有得到圆满解决。问题的难点在于广义相对论是关于宏观宇宙的理论，如银河系、太阳系、黑洞等，其假设物质是连续分布的；而量子力学是关于微观宇宙的理论，如电子、质子、中子等，其假设物质是离散分布的。而且伴随着深入研究，带来了人类认识领域的一些新问题，比如

> 宇宙是唯一的吗？如果不唯一，有多少个宇宙？为什么人类看不到其他宇宙？
> 人类生活其中的宇宙的维数等于多少？真的如人类通常认为的 3 维吗？

Einstein 依据其提出的广义相对性原理：*所有物理规律在任意参考系中具有相同的形式*和等效原理：*在一个较小的区域内惯性力和引力的任何物理效应是不可区分的*建立了引力场方程，即

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}+\lambda g_{\mu\nu}=-8\pi GT_{\mu\nu}.$$

结合宇宙学原理, 即*度量尺度为 $10^4 l.y$ 时，宇宙中任何一点和一个点的任何方向均*

无差别，*Robertson-Walker*得到了引力场方程的一种球对称解

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t)[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)].$$

相应的宇宙称为 Friedmann 宇宙。经过多年的天文观察，Hubble 在 1929 发现，人类居住的宇宙是一个日益加速膨胀的宇宙，故探求引力场方程的加速膨胀解成了物理学家的主要方向，即其需满足条件

$$\frac{da}{dt} > 0, \quad \frac{d^2a}{dt^2} > 0.$$

我们知道，若

$$a(t) = t^\mu, \qquad b(t) = t\nu,$$

这里，

$$\mu = \frac{3 \pm \sqrt{3m(m+2)}}{3(m+3)}, \nu = \frac{3 \mp \sqrt{3m(m+2)}}{3(m+3)},$$

则 Kasner 度规

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 d^2_{\mathbf{R}^3} + b(t)^2 ds^2(T^m)$$

为 Einstein 场方程的 $4+m$ 维真空解。一般情况下，这个解并不能给出 4 维加速膨胀解。但采用时间转移对称变换

$$t \to t_{+\infty} - t, \quad a(t) = (t_{+\infty} - t)^\mu,$$

我们得到一个 4 维的加速膨胀解，因为

$$\frac{da(t)}{dt} > 0, \quad \frac{d^2a(t)}{dt^2} > 0.$$

二十世纪末出现的 M- 理论为解决上述问题奠定了基础。这一理论假设粒子不是质点而是维数不同的 p-膜，即沿着 p 个方向有长度的子空间，这里 p 是一个正整数。1-膜一般称作弦，2-膜称作面膜。图 1.4 中给出了 1- 膜、2- 膜及其运动。

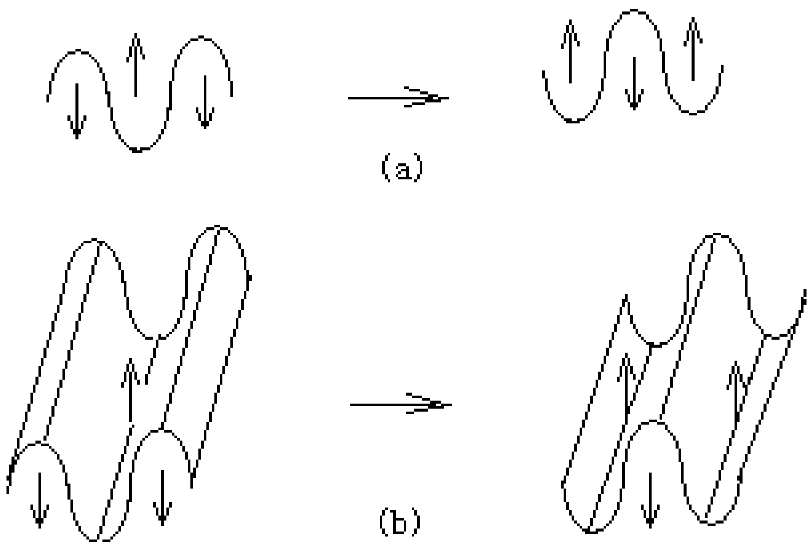


图 1.4. 膜的运动

依据 M 理论，宇宙创生开始时的那个球形空间维数是 11 维的，大爆炸开始后，其中 4 个方向维在急剧的扩张、延伸，而另外 7 个方向维则在急剧卷曲、缩小，这样形成我们今天看得到的 4 维宏观宇宙和看不见的 7 维微观宇宙。4 维宏观宇宙内的作用力符合 Einstein 引力场方程，而 7 维微观宇宙内的作用力符合迪拉克方程，由此得到下面这个结论。

定理 1.1 M- 理论的时空是一个在每个点卷曲一个 7 维空间 $\mathbf{R}^7$ 的 4 维空间 $\mathbf{R}^4$。

应用定理 1.1 和双曲空间上的超引力的紧化条件，我们可以得到*Townsend-Wohlfarth*型的 4 维加速膨胀宇宙模型

$$ds^2 = e^{-m\phi(t)}(-S^6dt^2 + S^2dx_3^2) + r_C^2e^{2\phi(t)}ds_{H_m}^2,$$

这里

$$\phi(t) = \frac{1}{m-1}(\ln K(t) - 3\lambda_0 t), \quad S^2 = K^{\frac{m}{m-1}}e^{-\frac{m+2}{m-1}\lambda_0 t}$$

且

$$K(t) = \frac{\lambda_0\zeta r_c}{(m-1)\sin[\lambda_0\zeta|t+t_1|]},$$

这里 $\zeta = \sqrt{3+6/m}$. 取时间 ς 满足 $d\varsigma = S^3(t)dt$，则加速膨胀宇宙的条件 $\frac{dS}{d\varsigma} > 0$ 和 $\frac{d^2S}{d\varsigma^2} > 0$ 均得到满足。数值计算表明，若 $m = 7$ 则膨胀因子为 3.04。

从数学角度讲，定理 1.1 中的点实际上不是点而是空间，由此引深的数学问题是

是否存在这样一种数学空间，其中每个点包含另一个 1 维以上的空间？

直觉表明，如果这样的数学空间存在，那它一定不是我们日常生活中看得到的空间，也不是我们在经典数学中遇见过的空间，例如在 3 维线性空间中，每个点可以表示为 (x, y, z)，它不可能包含一个维数大于等于 1 的子空间。

§2. Smarandache **重空间**

首先考虑一个简单的问题：

$$1 + 1 = ?$$

在自然数系中，我们知道 1+1=2。在 2 进制运算体系中，我们还知道 1+1=10，这里的 10 实际上还是 2。因为在 2 进制运算体系中只有两个运算元素 0 和 1，其运算规则为

$$0 + 0 = 0, 0 + 1 = 1, 1 + 0 = 1, 1 + 1 = 10.$$

依据“否定之否定等于肯定”的哲学思想，我们采用一种“反思维的、叛逆的”思想 ([18] – [20]) 来重新看待这个问题，重新分析 $1 + 1 = 2$ 或 $\neq 2$。

我们知道 $1, 2, 3, 4, 5, \cdots$ 这样的数构成自然数系 N。在这个数系中，依据数数的规律，每个数称为前面紧邻着的数的后继数，即 2 的后继数为 3，记为 $2' = 3$。同样，$3' = 4, 4' = 5, \cdots$。这样我们就得到了

$$1 + 1 = 2, 2 + 1 = 3, 3 + 1 = 4, 4 + 1 = 5, \cdots;$$

同时还得到了

$$1 + 2 = 3, 1 + 3 = 4, 1 + 4 = 5, 1 + 5 = 6, \cdots$$

这样一些运算等式。从而在这种自然数的运算体系下，我们只能得到 $1 + 1 = 2$ 的结论。

现在，我们回顾一下运算的定义。给定一个集合 S，对 $\forall x, y \in S$，定义 $x * y = z$，意思是 S 上存在一个 2 元结合映射 $* : S \times S \to S$，使得

$$*(x, y) = z.$$

采用图解的方式，我们可以用图把这种关系在平面上表示出来。首先把 S 中的每个元用平面上的点表示，如果 S 中有 n 个元，则在平面上就取 n 个不共线的点；两个点 x, z 之间连接一条有向线段，如果存在一个元 y 使得 $x * y = z$，我们在这条线段上标上 $*y$，称为该线段的权重，如图 2.1 所示。

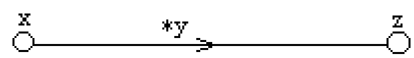


图 2.1. 连线及赋权方法

注意这种对应是 $1-1$ 的。记 S 对应的图为 $G[S]$。现在，如果我们想找到一个满足 $1+1=3$ 的运算系统，我们可以先给出 $1+1, 2+1, \cdots$ 等初值并通过图解来完成。

定义 2.1 一个代数系统 $(A; \circ)$ 称为单一的若存在一个映射 $\varpi : A \to A$ 使得对 $\forall a, b \in A$，只要 $a \circ b \in A$，则存在一个唯一的元 $c \in A$，$c \circ \varpi(b) \in A$，相应地称 ϖ 为单一映射。

我们很容易得到以下关于代数系统 $(A; \circ)$ 与图 $G[A]$ 的关系的一个结果。

定理 2.1 设 $(A; \circ)$ 为一个代数系统，则

(i) 若 $(A; \circ)$ 上存在一个单一映射 ϖ，则 $G[A]$ 是一个 Euler 图。反之，若 $G[A]$ 是一个 Euler 图，则 $(A; \circ)$ 是一个单一运算系统。

(ii) 若 $(A; \circ)$ 是一个完全的代数运算系统，则 $G[A]$ 中每个顶点的出度为 $|A|$；此外，如果 $(A; \circ)$ 上消去律成立，则 $G[A]$ 是一个完全的重 2- 图且每个顶点粘合一个环使得不同顶点之间的边为相对 2- 边，反之亦然。

对于有限个元的情形，可以采用一种有限图的方式规定出所有运算结果，图 2.2 给出了 $|S| = 3$ 的两种运算体系。

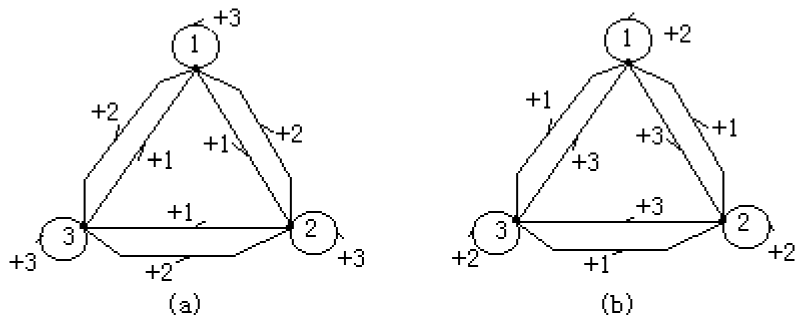


图 2.2. 3 个元的加法运算图

由图 2.2(a) 有

$$1+1=2, 1+2=3, 1+3=1; 2+1=3, 2+2=1, 2+3=2; 3+1=1, 3+2=2, 3+3=3.$$

由图 2.2(b) 有

$$1+1=3, 1+2=1, 1+3=2; 2+1=1, 2+2=2, 2+3=3; 3+1=2, 3+2=3, 3+3=1.$$

对一个集合 $S, |S|=n$，可以在其上定义 n^3 种不同的运算体系。这样我们就可以在一个集合上同时定义出 h 种运算，$h\leq n^3$ 而得到一个 h- 重运算体系 $(S;\circ_1,\circ_2,\cdots,\circ_h)$。在经典代数学中，群是单一的运算体系，环、域、体等均是 2 重运算体系。一般地，我们定义一个 Smarandache n- 重空间如下。

定义 2.2 一个 n- 重空间 $\sum$，定义为 n 个集合 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的并

$$\sum=\bigcup_{i=1}^{n}A_i$$

且每个集合 A_i 上均定义了一种运算 $\circ_i$ 使得 $(A_i,\circ_i)$ 为一个代数体系，这里 n 为正整数，$1\leq i\leq n$。

在重空间的框架下，我们可以进一步推广经典代数学中群、环、域及向量空间的概念而得到重群、重环、重域及重向量空间的概念，并得到相应的代数结构。

定义 2.3 设 $\widetilde{R}=\bigcup\limits_{i=1}^{m}R_i$ 为一个完备的 m- 重空间，且对任意整数 $i,j,\ i\neq j, 1\leq i,j\leq m$, $(R_i;+_i,\times_i)$ 为一个环且对任意元 $\forall x,y,z\in\widetilde{R}$，只要相应的运算结果均存在，则有

$$(x +_i y) +_j z = x +_i (y +_j z), \quad (x \times_i y) \times_j z = x \times_i (y \times_j z)$$

以及

$$x \times_i (y +_j z) = x \times_i y +_j x \times_i z, \ \ (y +_j z) \times_i x = y \times_i x +_j z \times_i x,$$

则称 $\widetilde{R}$ 为一个 m- 重环。若对任意整数 $i, 1 \le i \le m$, $(R; +_i, \times_i)$ 是一个域，则称 $\widetilde{R}$ 为一个 m- 重域。

定义 2.4 设 $\widetilde{V} = \bigcup\limits_{i=1}^{k} V_i$ 为一个完备的 m- 重空间，其运算集合为 $O(\widetilde{V}) = \{(\dot{+}_i, \cdot_i) \mid 1 \le i \le m\}$，$\widetilde{F} = \bigcup\limits_{i=1}^{k} F_i$ 为一个重域，其运算集合为 $O(\widetilde{F}) = \{(+_i, \times_i) \mid 1 \le i \le k\}$。若对任意整数 $i, j,\ 1 \le i, j \le k$ 及任意元 $\forall \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in \widetilde{V}$, $k_1, k_2 \in \widetilde{F}$, 只要对应的运算结果存在，则

(*i*) $(V_i; \dot{+}_i, \cdot_i)$ 为域 F_i 上的向量空间，其向量加法为“$\dot{+}_i$”，标量乘法为“$\cdot_i$”；

(*ii*) $(\mathbf{a}\dot{+}_i\mathbf{b})\dot{+}_j\mathbf{c} = \mathbf{a}\dot{+}_i(\mathbf{b}\dot{+}_j\mathbf{c})$;

(*iii*) $(k_1 +_i k_2) \cdot_j \mathbf{a} = k_1 +_i (k_2 \cdot_j \mathbf{a})$;

则称 $\widetilde{V}$ 为重域 $\widetilde{F}$ 上的 k 重向量空间，记为 $(\widetilde{V}; \widetilde{F})$。

由此我们知道，M- 理论中的空间模型实际上是一种重空间模型。

定理 2.2 设 $P = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 为 n- 维欧氏空间 $\mathbf{R}^n$ 中的一个点。则对任意整数 $s, 1 \le s \le n$，点 P 包含一个 s 的子空间。

证明 注意欧氏空间 $\mathbf{R}^n$ 中存在标准基 $e_1 = (1, 0, 0, \cdots, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0, \cdots, 0)$, $\cdots$, $e_i = (0, \cdots, 0, 1, 0, \cdots, 0)$ (第 i 个元为 1，其余为 0), $\cdots$, $e_n = (0, 0, \cdots, 0, 1)$ 使得 $\mathbf{R}^n$ 中的任意点 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 可以表示为

$$(x_1, x_2, \cdots, x_n) = x_1 e_1 + x_2 e_2 + \cdots + x_n e_n$$

取域 $F = \{a_i, b_i, c_i, \cdots, d_i; i \ge 1\}$，我们定义一个新的向量空间

$$\mathbf{R}^- = (V, +_{new}, \circ_{new}),$$

这里 $V = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$。不失普遍性，我们假定 $x_1, x_2, \cdots, x_s$ 是独立的，即若存在标量 $a_1, a_2, \cdots, a_s$ 使得

$$a_1 \circ_{new} x_1 +_{new} a_2 \circ_{new} x_2 +_{new} \cdots +_{new} a_s \circ_{new} x_s = 0,$$

则定有 $a_1 = a_2 = \cdots = 0_{new}$ 且存在标量 $b_i, c_i, \cdots, d_i$，$1 \leq i \leq s$，使得

$$x_{s+1} = b_1 \circ_{new} x_1 +_{new} b_2 \circ_{new} x_2 +_{new} \cdots +_{new} b_s \circ_{new} x_s;$$

$$x_{s+2} = c_1 \circ_{new} x_1 +_{new} c_2 \circ_{new} x_2 +_{new} \cdots +_{new} c_s \circ_{new} x_s;$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots;$$

$$x_n = d_1 \circ_{new} x_1 +_{new} d_2 \circ_{new} x_2 +_{new} \cdots +_{new} d_s \circ_{new} x_s.$$

从而我们得到点 P 上的一个 s- 维子空间。 $\natural$

推论 2.1 设 P 为欧氏空间 $\mathbf{R}^n$ 中的一个点。则存在一个子空间序列

$$\mathbf{R}_0^- \subset \mathbf{R}_1^- \subset \cdots \subset \mathbf{R}_{n-1}^- \subset \mathbf{R}_n^-$$

使得 $\mathbf{R}_n^- = \{P\}$ 且子空间 $\mathbf{R}_i^-$ 的维数为 $n-i$，这里 $1 \leq i \leq n$。

§3. 地图与地图几何

3.1. Smarandache 几何

*Smarandache*几何 是一种最广泛的非欧几何，其内容涵盖目前熟知的 Lobachevshy-Bolyai 几何、Riemann 几何与 Finsler 几何，其出发点是采用反命题逐条取代欧氏几何中的对应公设。我们首先回顾一下欧氏几何及双曲几何、Riemann 几何的创立过程。

欧氏几何的公理体系由下面这五条公设组成：

(1)从每个点到每个其他的点必定可以引直线；
(2)每条直线都可以无限延长；
(3)以任意点为中心，通过任何给定的另一点可以作一圆；
(4)所有直角都相等；

(5)同平面内如有一条直线与另两条直线相交，且在前一条直线的一侧所交的两内角之和小于两直角，则后两条直线必在这一侧相交，如图 3.1 所示。

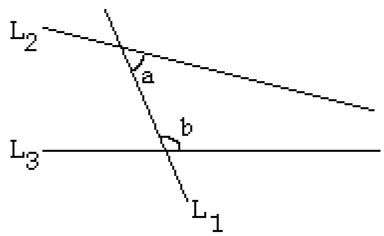


图 3.1. 一条直线与两条不平行直线相交

这里，$\angle a + \angle b < 180^O$。最后一条公设通称为欧氏第五公设，它还可以采用下面这种叙述方法：

过给定直线外的一点，恰存在一条直线与给定的直线不相交。

自从欧氏公设公布以来，人们一直觉得其第五公设不应该作为公设出现，它看上去实在应该是一个命题。为此，许多数学家致力于采用前四条公设证明第五公设，但一直没有成功。于是有人想用其他假设代替欧氏第五公设，检验得到的公理体系是否完备，是否存在矛盾。十九世纪，Lobachevshy 和 Bolyai、Riemann 分别采用不同的假设取代欧氏第五公设获得成功。他们采用的假设分别是：

Lobachevshy-Bolyai 假设：过给定直线外的一点，至少存在两条直线与给定的直线不相交。

Riemann 假设：过给定直线外的一点，不存在直线与给定的直线不相交。

Riemann 假设得到重视的原因在于由此可以建立黎曼几何，后者被 Einstein 用为其相对论中的引力时空，即把引力场看作一个黎曼空间。

同样地，我们是否可以进一步去改变欧氏公设得到新的几何而涵盖原有的欧氏几何、Lobachevshy-Bolyai 几何、Riemann 几何和 Finsler 几何？文献 [16] 中解决了这个问题。问题的解决得力于应用 Smarandache 几何思想而建立伪度量空间几何，这里对 Smarandache 几何作一个简要介绍如下，下一节再介绍伪度量空间几何。

Smarandache 几何包含悖论几何、非几何、反射影几何和反几何等四种，分别依据不同的公设建立。其中，悖论几何采用的公设为欧氏公设 (1) - (4) 以及下面任何一条公设：

$(P-1)$ 至少存在一条直线和该直线外的一点，使得经过该点的直线均与这条

直线不相交；

$(P-2)$ 至少存在一条直线和该直线外的一点，使得经过该点恰存在一条直线与这条直线不相交；

$(P-3)$ 至少存在一条直线和该直线外的一点，使得经过该点恰存在有限的 k 条直线与这条直线不相交，$k \geq 2$；

$(P-4)$ 至少存在一条直线和该直线外的一点，使得经过该点恰存无数条直线与这条直线不相交；

$(P-5)$ 至少存在一条直线和该直线外的一点，使得经过该点的任何直线均与这条直线相交。

非几何采用的公理体系是否定欧氏几何 5 条公设中的 1 个或数个，即采用以下一条或数条公设取代欧氏公设中的对应公设：

(-1) 过给定的任意两点不一定存在一条直线；

(-2) 存在一条直线不能无限延长；

(-3) 给定一点和一个实数，并不一定可以画出一个圆；

(-4) 直角并不一定相等；

(-5) 过给定直线外的一点，不一定存在一条直线与给定的直线不相交。

反射影几何采用的公理体系是否定射影几何中的一条或数条公设，相应采用下述公设取代：

$(C-1)$ 至少存在两条直线或没有直线包含两个给定的点；

$(C-2)$ 设 A,B,C 为三个不共线的点，D,E 为两个不同点。若 A,D,C 和 B,E,C 三点共线，则通过 A,B 的直线与通过 D,E 的直线不相交；

$(C-3)$ 每条直线至多含有两个不同的点。

反几何采用的公理体系是否定 Hilbert 公理体系中的一条或数条公设。

定义 3.1 一个公设称为*Smarandache*否定的，若其在同一个空间中同时表现出成立或不成立，或至少以两种以上方式表现不成立。

一个含有 Smarandache 否定公设的几何称为*Smarandache*几何。

下面这个例子以及下面两小节表明 Smarandache 几何是普遍存在的。

例 3.1 设 A,B,C 为欧氏平面上三个不共线的点，定义直线为欧氏平面上通过 A,B,C 中恰好一个点的直线。则我们得到一个 Smarandache 几何。因为与欧氏几何公理体系相比较，其中两条公设是 Smarandache 否定的。

(i) 欧氏第五公设现在为经过一条直线外的一点，存在一条或不存在直线平行于该条直线所取代。假设直线 L 经过点 C 且平行于直线 AB。注意经过任何一个不在 AB 上的点恰好有一条直线平行于 L，而经过直线 AB 上的任何一点均不存在平行于 L 的直线，如图 3.2(a) 所示。

(ii) 公设经过任意两个不同点存在一条直线现在为经过任意两个不同点存在一条直线或不存在直线取代。注意经过两个点 D, E，这里 D, E 与 A, B, C 中的一点，如点 C 共线，如图 3.2(b) 所示，恰好有一条直线经过 D, E。而对任意两个在直线 AB 点 F, G 或不与 A, B, C 中一个点共线的两个点 G, H 均不存在经过它们的直线，如图 3.2(b) 所示。

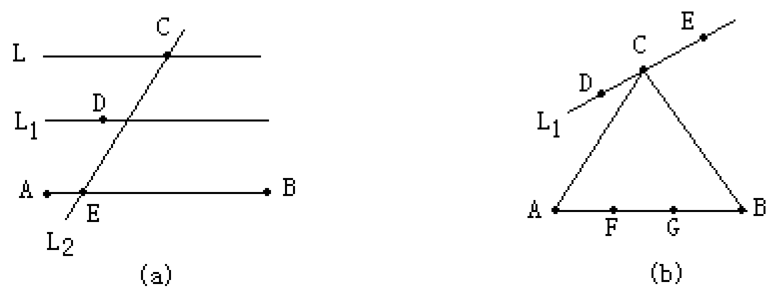


图 3.2. s- 直线的情况

3.2 什么是地图?

拓扑学中一个很著名的定理说每个曲面或者为球面，或者同胚于在球面上挖去 2p 个洞，每两个洞之间采用一个柱面（管子）相连；或者同胚于在球面上挖去 q 个洞，每个洞采用麦比乌斯带的边界与其相粘合。前者为可定向曲面，亏格定义为 p；后者为不可定向曲面，亏格定义为 q。这里可定向的意思是一个垂直于曲面的向量沿着曲面运动一圈后回到出发点是否改变向量的方向。直观上知道球面是可定向的，而麦比乌斯带则是不可定向的，如图 3.3 所示，其中 (a) 为剪开的纸面，(b) 为粘合后的麦比乌斯带。

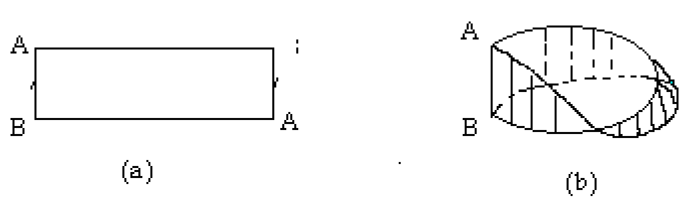


图 3.3. 麦比乌斯带的形成

地图是曲面的一种划分，当沿着这种划分将曲面剪开后，得到的每个面块均同胚于圆盘 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 1\}$。Tutte 于 1973 年给出了地图的代数定义，采用 [12] 中的术语，地图定义于下。

定义 3.2 一个地图 $M=(\mathcal{X}_{\alpha,\beta},\mathcal{P})$，定义为在基础集合 X 的四元胞腔 $Kx, x\in X$ 的无公共元的并集 $\mathcal{X}_{\alpha,\beta}$ 上的一个基本置换 $\mathcal{P}$，且满足下面的公理 1 和公理 2，这里 $K=\{1.\alpha,\beta,\alpha\beta\}$ 为 Klein 4- 元群，所谓 $\mathcal{P}$ 为基本置换，即不存在正整数 k, 使得 $\mathcal{P}^k x=\alpha x$。

公理 1：$\alpha\mathcal{P}=\mathcal{P}^{-1}\alpha$;

公理 2：群 $\Psi_J=\langle\alpha,\beta,\mathcal{P}\rangle$ 在 $\mathcal{X}_{\alpha,\beta}$ 上可迁。

依据定义 3.2, 地图的顶点和面分别定义为置换 $\mathcal{P}$ 和 $\mathcal{P}\alpha\beta$ 作用于 $\mathcal{X}_{\alpha,\beta}$ 上得到的共轭轨道；边为 Klein 4- 元群 K 作用于 $\mathcal{X}_{\alpha,\beta}$ 上得到的轨道。利用*Euler-Poincaré*公式，我们得到

$$|V(M)|-|E(M)|+|F(M)|=\chi(M),$$

这里 $V(M),E(M),F(M)$ 分别表示地图 M 的顶点集、边集和面集，$\chi(M)$ 表示地图 M 的 Euler 亏格，其数值等于地图 M 所嵌入的那个曲面的 Euler 亏格。称一个地图 $M=(\mathcal{X}_{\alpha,\beta},\mathcal{P})$ 是不可定向的，若置换群 $\Psi_I=\langle\alpha\beta,\mathcal{P}\rangle$ 在 $\mathcal{X}_{\alpha,\beta}$ 上是可迁的，否则称为可定向的。

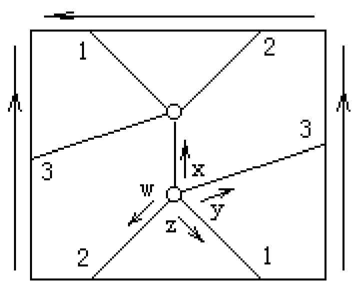


图 3.4. 图 $D_{0.4.0}$ 在 Kelin 曲面上的嵌入

作为一个例子，图 3.4 中给出了图 $D_{0.4.0}$ 在 Kelin 曲面上的一个嵌入，可以采用地图 $M=(\mathcal{X}_{\alpha,\beta},\mathcal{P})$ 表示如下，这里

$$\mathcal{X}_{\alpha,\beta}=\bigcup_{e\in\{x,y,z,w\}}\{e,\alpha e,\beta e,\alpha\beta e\},$$

$$\mathcal{P} = (x,y,z,w)(\alpha\beta x,\alpha\beta y,\beta z,\beta w)$$

$$\times \quad (\alpha x, \alpha w, \alpha z, \alpha y)(\beta x, \alpha\beta w, \alpha\beta z, \beta y).$$

图 3.4 中的地图有 2 顶点 $v_1 = \{(x, y, z, w), (\alpha x, \alpha w, \alpha z, \alpha y)\}$, $v_2 = \{(\alpha\beta x, \alpha\beta y, \beta z, \beta w), (\beta x, \alpha\beta w, \alpha\beta z, \beta y)\}$, 4 条边 $e_1 = \{x, \alpha x, \beta x, \alpha\beta x\}$, $e_2 = \{y, \alpha y, \beta y, \alpha\beta y\}$, $e_3 = \{z, \alpha z, \beta z, \alpha\beta z\}$, $e_4 = \{w, \alpha w, \beta w, \alpha\beta w\}$ 以及 2 个面 $f_2 = \{(x, \alpha\beta y, z, \beta y, \alpha x, \alpha\beta w), (\beta x, \alpha w, \alpha\beta x, y, \beta z, \alpha y)\}$, $f_2 = \{(\beta w, \alpha z), (w, \alpha\beta z)\}$，其 Euler 亏格为

$$\chi(M) = 2 - 4 + 2 = 0$$

且置换群 $\Psi_I = \langle \alpha\beta, \mathcal{P}\rangle$ 在 $\mathcal{X}_{\alpha,\beta}$ 上可迁。这样就从代数角度得到图 $D_{0.4.0}$ 在 Klein 面上的嵌入。

伴随着理论物理研究的需要，我们还可以一般性地考虑图在空间以及多重曲面上的嵌入。图在重曲面上的嵌入定义如下。

定义 3.3 设图 G 的顶点集合具有划分 $V(G) = \bigcup\limits_{j=1}^{k} V_i$, 这里对任意整数 $1 \leq i, j \leq k$，$V_i \bigcap V_j = \emptyset$，又 $S_1, S_2, \cdots, S_k$ 为度量空间 $\mathcal{E}$ 中的 k 个曲面，$k \geq 1$。若存在一个 1-1 连续映射 $\pi : G \to \mathcal{E}$ 使得对任意整数 $i, 1 \leq i \leq k$，$\pi|_{\langle V_i\rangle}$ 是一个浸入且 $S_i \setminus \pi(\langle V_i\rangle)$ 中的每个连通片同胚于圆盘 $D = \{(x, y)|x^2 + y^2 \leq 1\}$，则称 $\pi(G)$ 是 G 在曲面 $S_1, S_2, \cdots, S_k$ 上的重嵌入。

定义 3.3 中曲面 $S_1, S_2, \cdots, S_k$ 的空间位置对重嵌入有影响。当存在一种排列 $S_{i_1}, S_{i_2}, \cdots, S_{i_k}$，使得对任意整数 $j, 1 \leq j \leq k$，S_{i_j} 是 $S_{i_{j+1}}$ 的子空间时，称为 G 在 $S_1, S_2, \cdots, S_k$ 上的内含重嵌入。关于球面，有下面的结论。

定理 3.1 一个图 G 在球面 $P_1 \supset P_2 \supset \cdots \supset P_s$ 存在非平凡的内含重嵌入当切仅当图 G 存在块划分 $G = \biguplus\limits_{i=1}^{s} G_i$，使得对任意整数 $i, 1 < i < s$,

(i) G_i 是平面的；

(ii) 对任意 $\forall v \in V(G_i)$, $N_G(x) \subseteq (\bigcup\limits_{j=i-1}^{i+1} V(G_j))$.

3.3 地图几何

地图几何 是在地图基础上构建的 Smarandache 几何，同时也是联系组合数学与经典数学的纽带。地图几何的概念首先在文献 [13] 中提出，随后在文献 [14] – [16] 中，特别是 [16] 进行了细致的研究，其定义如下。

定义 3.4 在地图 M 每个顶点 $u, u \in V(M)$ 上赋予一个实数 $\mu(u), \mu(u)\rho_M(u)(mod 2\pi)$,

称 (M,μ) 为一个地图几何，$\mu(u)$ 为点 u 的角因子函数。视允许或不允许曲面上的曲线穿过某一个或某几个面而称该地图几何无边界或有边界。

图 3.5 中给出了直线穿过地图上的顶点的情形这里的弯折角度分为大于 π、等于 π 及小于 π，相应地，点 u 称为椭圆点、欧氏点和双曲点。

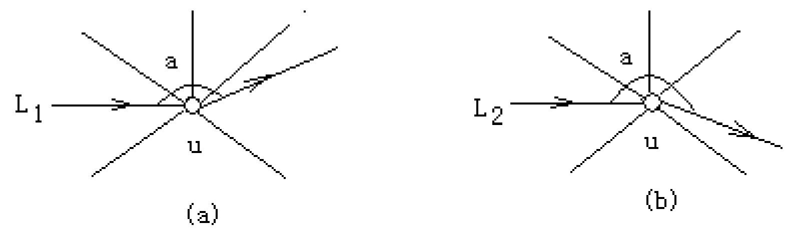


图 3.5. 直线穿过椭圆点或双曲点

椭圆点、欧氏点和双曲点在 3 维空间中均是可以实现的，这里点的实现有别于欧氏空间的情形，即不一定是平直的，除非该点就是欧氏点。图 3.6 中给出了这三种点在 3 维空间的实现方法, 图中点 u 为椭圆点，v 为欧氏点而 w 为双曲点。

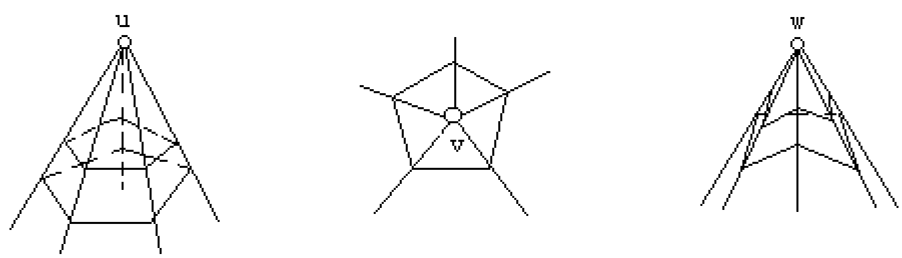


图 3.6. 椭圆点、欧氏点和双曲点在 3- 维空间的实现

定理 3.1 有界、无界地图几何中均存在悖论几何、非几何、反射影几何和反几何。

定理的证明见文献 [16]。为便于理解，我们下面介绍平面地图几何的情形。在这种情形，不仅可以在顶点上赋予角因子函数，还可以要求连接顶点之间的边是一个连续函数，这样对进一步理解平面上代数曲线十分有意义。比如在平面地图几何中有这样的结论：

平面地图几何无穷直线不穿过地图或穿过的点为欧氏点。

作为一个例子，图 3.7 中画出了基于正四面体的一种平面地图几何，其中顶点边上的数值表明该顶点 2 倍的角因子函数值。

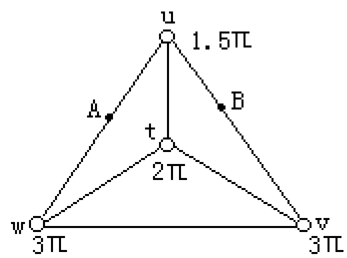


图 3.7. 一个平面地图几何的例子

图 3.8 中画出了图 3.7 定义的平面地图几何中直线的情形，类似地，图 3.9 中画出了该平面地图几何中的几种多边形。

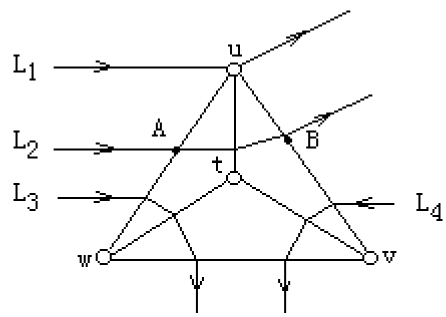


图 3.8. 平面地图几何的直线

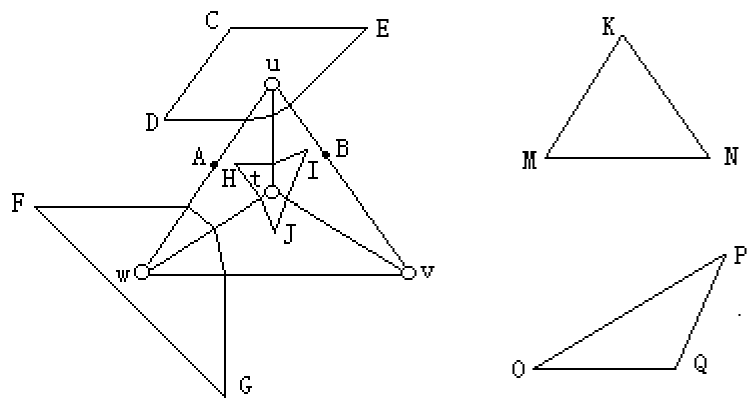


图 3.9. 平面地图几何的多边形

§4. 伪度量空间几何

Einstein 的广义相对论断言了空间在引力作用下是弯曲的，甚至光线也不例外，这一点在实际观测中已经得到证实。地图几何的思想实际上可以一般地定义于一个度量空间上，即在该度量空间的每个点上赋予一个向量而建立伪度量空间几何。

定义 4.1 设 U 为一个度量为 ρ 的度量空间，$W \subseteq U$。对任意 $\forall u \in U$，若存在一个

连续映射 $\omega : u \to \omega(u)$，这里，对任意整数 $n, n \geq 1$，$\omega(u) \in \mathbf{R}^n$ 使得对任意的正数 $\epsilon > 0$，均存在一个数 $\delta > 0$ 和一个点 $v \in W$，$\rho(u-v) < \delta$ 使得 $\rho(\omega(u)-\omega(v)) < \epsilon$。则若 $U = W$，称 U 为一个伪度量空间，记为 (U,ω)；若存在正数 $N > 0$ 使得 $\forall w \in W$，$\rho(w) \leq N$，则称 U 为一个有界伪度量空间，记为 (U^-,ω)。

注意 ω 是角因子函数时，从伪度量空间我们得到 Einstein 的弯曲空间。为便于理解，我们讨论伪平面几何且 ω 为角因子函数的情形，首先有下面两个简单的结论。

定理 4.1 过伪平面 $(\mathcal{P},\omega)$ 上的两点 u 和 v 不一定存在欧氏意义上的直线。

定理 4.2 在一个伪平面 $(\sum,\omega)$ 上，若不存在欧氏点，则 $(\sum,\omega)$ 其每个点均为椭圆点或每个点均为双曲点。

对于平面代数曲线，则有如下结果。

定理 4.3 在伪平面 $(\sum,\omega)$ 上存在代数曲线 $F(x,y) = 0$ 经过区域 D 中的点 (x_0,y_0) 当且仅当 $F(x_0,y_0) = 0$ 且对任意 $\forall(x,y) \in D$，

$$(\pi - \frac{\omega(x,y)}{2})(1 + (\frac{dy}{dx})^2) = sign(x,y).$$

现在，我们再回到伪度量空间上。依据定义 4.1，对一个 m- 流形 M^m 和任意点 $\forall u \in M^m$，取 $U = W = M^m$，$n = 1$ 且 $\omega(u)$ 为一个光滑函数。则我们得到流形 M^m 上的伪流形几何 (M^m,ω)。

我们知道，流形 M^m 上的*Minkowski*范数定义为满足如下条件的一个函数 $F : M^m \to [0,+\infty)$。

(i) F 在 $M^m \setminus \{0\}$ 上处处光滑；

(ii) F 是 1- 齐次的，即对任意的 $\overline{u} \in M^m$ 和 $\lambda > 0$，有 $F(\lambda\overline{u}) = \lambda F(\overline{u})$；

(iii) 对任意的 $\forall y \in M^m \setminus \{0\}$，满足条件

$$g_y(\overline{u},\overline{v}) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F^2(y + s\overline{u} + t\overline{v})}{\partial s \partial t}|_{t=s=0}$$

.

的对称双线性型 $g_y : M^m \times M^m \to R$ 是正定的。

*Finsler*流形实际上就是赋予了 Minkowski 范数的流形，具体来讲就是流形 M^m 及其切空间上的一个函数 $F : TM^m \to [0,+\infty)$ 并满足如下条件。

(i) F 在 $TM^m\setminus\{0\}=\bigcup\{T_{\overline{x}}M^m\setminus\{0\}:\overline{x}\in M^m\}$ 上处处光滑；

(ii) 对任意 $\forall\overline{x}\in M^m$，$F|_{T_{\overline{x}}M^m}\to[0,+\infty)$ 是一个 Minkowski 范数。

作为伪度量空间几何的一个特例，对任意 $\overline{x}\in M^m$，我们选择 $\omega(\overline{x})=F(\overline{x})$。则伪度量空间几何 (M^m,ω) 是一个 Finsler 流形，特别地，如果取 $\omega(\overline{x})=g_{\overline{x}}(y,y)=F^2(x,y)$，则 (M^m,ω) 就是 Riemann 流形。这样，我们就得到下述结论。

定理 4.4 伪度量空间几何 (M^m,ω)，一般地，Smarandache 几何中包含 Finsler 几何，从而包含 Riemann 几何。

§5. 需要进一步研究的问题

二十一世纪的理论物理为数学研究提出了大量需要研究的问题，这里我们仅列举几个。

理论物理问题 5.1 有多少个宇宙？为什么人类发现不了其他宇宙空间？这是否与引力弯曲空间有关？

既然可以有无数个星球，当然就允许有多个宇宙，这就是文献 [10] 中平行宇宙的观点，也是物理学界普遍接受的观点。Einstein 断言了空间在引力作用下是弯曲的，从某种意义上讲欧氏空间在真实世界中是不存在的。从实验观测的角度，人类仅能观测或测试到自然界中某种相而不是其本身，无论是高维空间还是低维空间映射到 4 维空间，文献 [16] 中对此已有些初步刻画。经典微分几何中利用切向量丛刻画弯曲的方法依赖于一些特定的联络规则。一般性的研究弯曲空间应彻底对伪度量空间 (M^m,ω) 进行研究。基于非平直空间的研究可以发现，至少在数学上允许平行宇宙的存在，但人类目前的观测方法无法观测到。

理论物理问题 5.2 人类生活的宇宙维数到底是多少？是否有限？

二十世纪末理论物理的发展正在让人类改变数千年来形成的空间观念，从而影响着数学的变革。一些著名的理论物理学家更直言不讳的说"我们甚至不知道人类空间的自由度到底是多少"。在当今理论与实验的条件下，要搞清这个问题有一定的困难，因为人类看不到、观测不到的东西太多了。弦理论中认为空间维数是 10，M-理论中的空间维数是 11 且五种已知的弦或超弦理论均是其极限情形。而少数物理学家正在研究的 F- 理论的空间维数是 12。伴随着这种思想，可以建立一般的空间维数理论研究 Einstein 场方程，在这一点上，数学家走在了物理学家的后面。

理论物理问题 5.3 人类能够接近或进入黑洞吗？地球上是否存在一种生物可以从 4 维进入 3 维或从 3 维进入 2 维空间？

黑洞实际上是 Einstein 场方程在不同度规条件下的奇点解。一方面，物理学家认为黑洞存在巨大的引力，就连光线也不能例外，任何物体不幸落入黑洞中均将被撕裂成为碎片（[6]-[7]）；同时物理学家又猜测黑洞是连接不同宇宙、不同时空的桥梁，因为人类了解的一切物理规律在黑洞内均失效。与黑洞相对的，理论物理中还有一种白洞，其特征是任何物体均无法进入白洞内。如果抛开黑洞、白洞个体，我们就会发现两者均是自守恒的，吸引的同时就是排斥，所以黑洞与白洞应该是一回事。这样人类，特别是宇航员无需担心不小心掉进了黑洞。

多态物质在地球上是普遍存在的，如水、油、氮等。但刻画多态物质的理论，不论是物理或是数学均未引起人们的足够认识。多年以来，力学模型一直坚持物体运动中态不变这一个基本原则。从理论上认识时空穿梭，必须搞清楚运动中态变化带来的问题，即不稳定体的运动问题。由此带来的数学问题是 ([16])：

(1)依据结构力学，确定哪些图是稳定的，哪些是不稳定的并进行分类。

(2)将图嵌入到多维空间内，研究其相空间变化规律。

(3)建立图的相空间运动力学。

对物理学来说，需要在地球上寻找能够改变其态的生物，进而发现其时空穿梭规律。

理论物理问题 5.4 人类在地球上可以找到暗物质吗？

暗物质与暗能量一直是物理学界的一个热门话题。伴随着人类对空间维数认识的改变，这个问题也变得日益复杂。如果空间维数 ≥ 11，那么暗物质就不一定处在人类看得到的方向维上，也不可能在地球上找到它。所有这些都依赖于人类认识水平与实验技术的提高。

参考文献

[1] A.D.Aleksandrov and V.A.Zalgaller, *Intrinsic Geometry of Surfaces*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1976.

[2] I.Antoniadis, Physics with large extra dimensions: String theory under experimental test, *Current Science*, Vol.81, No.12, 25(2001),1609-1613

[3] 陈省身和陈维恒, 微分几何讲义, 北京大学出版社, 2001.

[4] M.J.Duff, A layman's guide to M-theory, *arXiv*: hep-th/9805177, v3, 2 July(1998).

[5] 费宝俊, 相对论与非欧几何, 科学出版社, 北京, 2005.

[6] S.Hawking, 时间简史, 湖南科技出版社,2005.

[7] S.Hawking, 果壳里的宇宙, 湖南科技出版社,2005.

[8] H.Iseri, *Smarandache Manifolds*, American Research Press, Rehoboth, NM,2002.

[9] H.Iseri, *Partially Paradoxist Smarandache Geometries*, http://www.gallup.unm.edu/s̃marandache/Howard-Iseri-paper.htm.

[10] M.Kaku, *Hyperspace: A Scientific Odyssey through Parallel Universe, Time Warps and 10th Dimension*, Oxford Univ. Press.

[11] L.Kuciuk and M.Antholy, An Introduction to Smarandache Geometries, *Mathematics Magazine, Aurora, Canada*, Vol.12(2003)

[12] Y.P.Liu, *Enumerative Theory of Maps*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/ London, 1999.

[13] L.F.Mao, *On Automorphisms groups of Maps, Surfaces and Smarandache geometries*, *Sientia Magna*, Vol.1(2005), No.2, 55-73.

[14] L.F.Mao, A new view of combinatorial maps by Smarandache's notion, *arXiv*: math.GM/0506232.

[15] L.F.Mao, *Automorphism Groups of Maps, Surfaces and Smarandache Geometries*, American Research Press, 2005.

[16] L.F.Mao, *Smarandache multi-space theory*, Hexis, Phoenix, AZ，2006.

[17] F.Smarandache, Mixed noneuclidean geometries, *eprint arXiv: math/0010119*, 10/2000.

[18] F.Smarandache, *A Unifying Field in Logics. Neutrosopy: Neturosophic Probability, Set, and Logic*, American research Press, Rehoboth, 1999.

[19] F.Smarandache, Neutrosophy, a new Branch of Philosophy, *Multi-Valued Logic*, Vol.8, No.3(2002)(special issue on Neutrosophy and Neutrosophic Logic), 297-384.

[20] F.Smarandache, A Unifying Field in Logic: Neutrosophic Field, *Multi-Valued Logic*, Vol.8, No.3(2002)(special issue on Neutrosophy and Neutrosophic Logic), 385-438.

毛林繁 1985-2010 分年论著目录

1985 年

1. 傅氏级数、拉氏变换及 RMI 原则，中专数学研究，29-32,1 (1985)
2. 学习数学的点滴体会，中专数学研究，22-23,2 (1985)

1990 年

1. The maximum size of r-partite subgraphs of a K3-free graph, 东北数学, 4 (1990),417-424.

1992 年

1. 北京财贸学院 100m3 水柜顶升施工，滑模工程，1 (1992)
2. (与马刚合著) 北京木樨园体校 50m 标准游泳池结构抗渗施工, 建筑科技, 4 (1992)

1993 年

1. （与马刚合著）北京木樨园体校 62m 无粘结预应力混凝土大梁施工，建筑科技，1 (1993)

1994 年

1. （与杨燕昌合著）R(G)=3 的自中心图的圈结构研究，纯粹数学与应用数学，vol 10 (增刊) (1994),88-98。
2. Hamiltonian graphs with constraints on vertices degree in a subgraphs pair, 太原机械学院学报，vol 15 (增刊) (1994),79-90。

1995 年

1. (与马刚合著) 北京木樨园体校游泳池抗渗混凝土结构施工, 建筑技术, 5 (1995)

2. 游泳池结构抗渗施工技术，中国实用科技成果大词典 (95 版)，1995。
3. 采用大吨位滑模千斤顶从事水柜顶升施工技术，中国实用科技成果大词典 (95 版)，1995。

1996 年

1. 有给定半径自中心图的最大边数，西安电子科技大学学报，vol 23 (增刊) (1996)，6-10。
2. 混凝土涨模原因分析及防治，建筑科技，2 (1996)。

1997 年

1. 怎样编写高层建筑施工安全防护方案，建筑安全，11 (1997)

1998 年

1. A localization of Dirac's theorem for hamiltonian graphs, 数学研究与评论，vol.18, 2(1998),188-190.
2. 混凝土涨模原因分析及防治，建筑技术，9 (1998)
3. 怎样编写高层建筑施工安全防护方案，建筑科技，1 (1998)

1999 年

1. 学校一期工程施工组织总设计，彭圣浩主编：建筑工程施工组织设计实例应用手册，中国建筑工业出版社，1999。
2. 游泳池工程施工组织设计，徐家和主编：建筑工程施工组织设计实例应用手册，中国建筑工业出版社，1999。
3. 北京木樨园体校游泳池抗渗混凝土结构施工, 中国建筑工程总公司编：建筑工程施工实例手册(2), 中国建筑工业出版社，1999。

2000 年

1. 局部化 Fan 条件的一个推广，曲阜师范大学学报 (自然科学版)，vol 26, 3(2000), 25-28。
2. 北京电力生产调度中心施工质量控制与管理，建筑科技，2 (2000)。
3. 北京电力生产调度中心装饰工程施工，建筑工程施工实例手册(7), 中国建筑工业出版社，1999。

2001 年

1. （与刘彦佩合著）哈密尔顿图的一类新的局部化充分条件，曲阜师范大学学报（自然科学版），vol 27，2(2001),18-22。

2. (with Liu Yanpei)On the eccentricity value sequence of a simple graph, 河南师范大学学报（自然科学版）,13-18,4(2001)。

3. (with Liu Yanpei)An approach for constructing 3-connected non-hamiltonian cubic maps on surfaces,*OR Transactions*,1-7,4(2001).

2002 年

1. *A census of maps on surfaces with given underlying graphs*, A Doctorial Dissertation, Northern Jiaotong University,2002.

2. On the panfactorical property of Cayley graphs, 数学研究与评论,383-390,3 (2002)。

3. 城市公交网络可靠性的双层规划模型，中国公路学报,88-91,3 (2002)。

4. Localized neighborhood unions condition for hamiltonian graphs, 河南师范大学学报（自然科学版),16-22,1(2002)。

2003 年

1. (with Liu Yanpei) New automorphism groups identity of trees, 数学进展,113-117,5(2002)。

2. (with Liu Yanpei)Group action approach for enumerating maps on surfaces, *J. Applied Math. & Computing*, vol.13, No.1-2,201-215.

3. （与刘彦佩合著）图的可定向嵌入的标根可数性，数学物理学报,287-293,3 (2003)。

4. （与刘峰合著）顶点距离 ≥ 2 的局部化条件与哈密尔顿图，河南师范大学学报（自然科学版）,17-21,1(2003)

2004 年

1. (with Yanpei Liu)A new approach for enumerating maps on orientable surfaces, *Australasian J. Combinatorics*, vol.30(2004), 247-259.

2. （与田丰合著）Riemann 曲面上 Hurwitz 定理的组合推广，中国科学院博士后前沿与交叉学科学术论坛论文集，2004 年 12 月,75-89。

2005 年

1. (with Feng Tian)On oriented 2-factorable graphs, *J.Applied Math. & Computing*, vol.17, No.1-2. 25-38.
2. (with Liu Yanpei and Tian Feng)Automorphisms of maps with a given underlying graph and their application to enumeration,*Acta.Math.Sinica*, Vol.21, 2(2005), 225-236.
3. On Automorphisms of Maps and Klein Surfaces,中国科学院博士后报告，2005.6.
4. A new view of combinatorial maps by Smarandache' notion, e-print: *arXiv: math.GM/0506232*.
5. *Automorphism Groups of Maps, Surfaces and Smarandache Geometries*, American Research Press, 2005.
6. On automorphism groups of maps, surfaces and Smarandache geometries, *Scientia Magna*, Vol.1(2005), No.2,55-73.
7. Parallel bundles in planar map geometries, *Scientia Magna*, Vol.1(2005), No.2,120-133.

2006 年

1. with Yanpei Liu and Erling Wei) The semi-arc automorphism group of a graph with application to map enumeration, *Graphs and Combinatorics*, Vol.22, No.1 (2006), 93-101.
2. *Smarandache Multi-Space Theory*, Hexis, Phoenix, American 2006.
3. 中国工程建设项目施工招标技巧与案例分析 –Smarandache 重空间招标模型, Xiquan Publishing House, 2006.
4. On algebraic multi-group spaces, *Scientia Magna*, Vol.2,No.1(2006), 64-70.
5. On multi-metric spaces, *Scientia Magna*, Vol.2,No.1(2006), 87-94.
6. On algebraic multi-ring spaces, *Scientia Magna*, Vol.2,No.2(2006), 48-54.
7. On algebraic multi-vector spaces, *Scientia Magna*, Vol.2,No.2(2006), 1-6.
8. 理论物理引发的二十一世纪数学— Smarandache 重空间理论，中国科技论文在线：200607-91。
9. 招标评价体系的数学模型及求解分析, 中国科技论文在线：200607-112。
10. Combinatorial speculation and the combinatorial conjecture for mathematics, *arXiv: math.GM/0606702* and *Sciencepaper Online:200607-128*.
11. A multi-space model for Chinese bidding evaluation with analyzing, *arXiv: math.GM/0605495*.

12. Smarandache 重空间及相关数学组合理论, 见易媛、亢小玉编《Smarandache 问题研究》, High American Press, 2006.

2007 年

1. Geometrical theory on combinatorial manifolds, *JP J. Geometry and Topology*, Vol.7, 1(2007), 65-113.

2. An introduction to Smarandache multi-spaces and mathematical combinatorics, *Scientia Magna*, Vol.3, 1(2007), 54-80.

3. Combinatorial speculation and combinatorial conjecture for mathematics, *International J. Math.Combin.*, Vol.1,1(2007), 1-19.

4. Pseudo-manifold geometries with applications, *International J. Math.Combin.*, Vol.1,1(2007), 45-58.

5. A combinatorially generalized Stokes theorem on integration, *International J. Math.Combin.*, Vol.1,1(2007), 67-86.

6. *Smarandache geometries & map theory with applications*(I), Chinese Branch Xiquan House, 2007.

7. Differential geometry on Smarandache n-manifolds, in Y.Fu, L.Mao and M.Bencze ed. *Scientific Elements*(I), 1-17.

8. Combinatorially differential geometry, in Y.Fu, L.Mao and M.Bencze ed. *Scientific Elements*(I), 155-195.

9. 工程建设项目招标采购理论与实践, American Research Press, 2007.

2008 年

1. Curvature Equations on Combinatorial Manifolds with Applications to Theoretical Physics, *International J. Mathem.Combin.*, Vol.1,1(2008),16-35.

2. Combinatorially Riemannian Submanifolds, *International J. Math.Combin.*, Vol.1,2 (2008), 23-45.

3. Extending Homomorphism Theorem to Multi-Systems, International J. Math.Combin., Vol.1,3(2008),1-27.

4. Actions of Multi-groups on Finite Sets, International J. Mathe.Combin., Vol.1,3(2008), 111-121.

2009 年

1. Topological Multi-groups and Multi-fields, *International J. Math.Combin.*, Vol.1 (2009), 8-17.

2. Euclidean Pseudo-Geometry on R^n, *International J. Math.Combin.*, Vol.1 (2009), 90-95.

3. 推动招标投标市场不断走向规范，中国建设报，2009 年 1 月 24 日。

4. 全国招标采购人员职业水平考试辅导教材之四 -《招标采购案例分析》(副主编)，中国计划出版社，2009。

5. Combinatorial Fields - An Introduction, *International J. Math.Combin.*, Vol.3 (2009), 01-22.

6. *Combinatorial Geometry with Application to Field Theory*, InfoQuest Presss, 2009.

2010 年

1. Relativity in Combinatorial Gravitational Fields, *Progress in Physics*, Vol.3,2010, 39-50.

2.《2010 年招标师职业水平考试复习指导》–《招标采购案例分析》(主编)，中国计划出版社，2010 年。

3. A Combinatorial Decomposition of Euclidean Spaces R^n with Contribution to Visibility, *International J. Math. Combin.*, Vol.1(2010),47-64.

4. Labeling, Covering and Decomposing of Graphs – Smarandache' s Notion in Graph Theory, *International J. Math. Combin.*, Vol.3(2010),108-124.

作者简介

About the Author

毛林繁：男，工学博士、数学博士后，美国数学会评论员，美国《国际数学组合杂志》主编。2006 年入选美国《Who's Who》，教育部《中国科技论文在线》优秀学者，现为国家发改委主管协会中国招标投标协会副秘书长、中国科学院管理、决策与信息系统重点实验室研究人员，北京建筑工程学院兼职教授、研究生导师。

1962 年 12 月 31 日出生于四川省德阳市，1978-1980 年四川省万源中学高 80 级 1 班学习；1981 年 -1998 年在中国建筑第二工程局工作，先后担任过技术员、技术队长、科长、项目总工程师等职；1998 年 10 月 -2000 年 6 月任中国法学会基建办公室总工程师；2000 年 7 月 -2007 年 12 月国信招标有限责任公司，历任项目经理、专家办公室主任和副总工程师等职；其间 1999 年 -2002 年北方交通大学攻读博士学位，2003 年 -2005 年中国科学院管理、决策与信息系统重点研究室从事博士后研究工作；2008 年 1 月至今，中国招标投标协会副秘书长，北京建筑工程学院招标采购专业建设委员会副主任。

多年的研究工作主要集中在数学、理论物理和工程建设等领域，先后在国内外一些著名学术刊物上发表 Smarandache 几何、微分几何与理论物理、组合地图、图论和工程建设管理论文 60 多篇，在美国出版过三本数学学术专著、两本工程招标采购理论专著和一本论文集，在英国出版一本数学论文集。从 2007 年 10 月开始，主编国际数学组合丛书《MATHEMATICAL COMBINATORICS 》(INTERNATIONAL BOOK SERIES)，该套丛书已经在美国编辑出版了 10 卷。

在国内参与了 2 本大型建筑工程管理类手册《建筑工程施工组织设计实例应用手册》和《建筑工程施工实例手册》（II 和 VII）的编写；是《中华人民共和国标准施工招标资格预审文件》（2007 版）和《中华人民共和国标准施工招标文件》（2007 版）及其使用指南的主要编写专家；2008 年起担任全国招标师职业水平考试辅导教材指导委员会委员、《招标采购案例分析》一科辅导教材副主编，《2010 年招标师职业水平考试复习指导》之《招标采购案例分析》主编。

Abstract: This book is for young students, words of one mathematician, also being a physicist and an engineer to young students. By recalling each of his growth and success steps, beginning as a construction worker, obtained a certification of undergraduate learn by himself and a doctor's degree in university, after then continuously overlooking these obtained achievements, raising new scientific objectives in mathematics and physics by Smarandache's notion and combinatorial principle for his research, tell us the truth that "all roads lead to Rome", which maybe inspires younger researchers and students.

中文摘要 这是一本写给青年学生的书，是一位集数学、物理和管理科学与工程多门学科为一身的学者通过自身经历，对青年学生说的话。作者通过一系列文章，回忆了其由一个建筑工人，通过自学完成本科学业，并以同等学历的身份考入高等学校攻读博士学位，以及在后来科学研究中不断否定自我，不断采用组合和 Smarandache 思想给自己提出新的挑战课题进行数学、物理研究的过程，讲述了“条条道路通罗马”的成才之路，对勉励广大的青年学生成才具有激励和借鉴作用。

ISBN 1-59973-032-4

53995>

9 781599 730325