# Goldbach' Conjecture (5): When i=1~r, the p and N are incongruent modulo $p_i$, The p is Goldbach' Primes

Tong Xin Ping

**Abstract:** When i=1~r, the p and N are incongruent modulo $p_i$, the p is Goldbach' Primes.

## “1+1”浅见之五：哥德巴赫素数的判断方法

童 信 平

### 1 名词、术语、符号。

N——偶数中的复合数。N＝4，6，8，10，……。

$p_i$、$p_r$、$p_{r+1}$——素数，$2\leqslant p_i\leqslant p_r<\sqrt{N}<p_{r+1}<N$ 。i =1, 2, …, r 。r=π（$\sqrt{N}$）。

p——闭区间$[p_r+1, N-p_r-1]$内的素数。必有$(N-p)>p_r$。p 的数量是$\pi(N)_r=\pi(N-p_r-1)-r$。

$N(p_i)$——用 $p_i$ 去除 N 所得到的余数。$0\leqslant N(p_i)\leqslant(p_i-1)$。

$p(p_i)$——用 $p_i$ 去除某一个 p 所得到的余数。$1\leqslant p(p_i)\leqslant(p_i-1)$。

哥德巴赫素数——满足哥德巴赫猜想的素数。即“1+1”的答案(解)。

根据以上规定，我们有 $N=p_i+(N-p_i)=p+(N-p)$。

有许多 N 的$(N-p_i)$都是合数。证明“1+1”就是要指出$(N-p)$中必有素数。

**定义 1** 如果a和b都是整数而m是一个固定的正整数，则当$m|(a-b)$(即m能整除a−b)时，我们就说a，b对模m同余，记作$a\equiv b(\mathrm{mod}\ m)$。当m不能整除a−b时，则我们就说a，b对模m不同余，记作$a\not\equiv b(\mathrm{mod}\ m)$。

### 2 引理、定理。

<u>引理 1[1]</u> 如果a是一个大于 1 的正整数，而所有$\leqslant\sqrt{a}$的素数都除不尽a，则a是素数。

**定理 1** 若 $N\equiv p(\mathrm{mod}\ p_i)$，则 p 不是 N 的哥德巴赫素数。

**证明** $N\equiv p(\mathrm{mod}\ p_i)$，$p_i|(N-p)$。因为$(N-p)>p_r$ 所以$(N-p)=kp_i$=合数，$N=p+(N-p)$=p+合数，可知 p 不是 N 的哥德巴赫素数。证毕。

**定理 2** 若i=1～r，$N\not\equiv p(\mathrm{mod}\ p_i)$，则p是N的哥德巴赫素数。

**证明** i=1～r时，$N\not\equiv p(\mathrm{mod}\ p_i)$，即$(N-p)$不能依次被$p_1$，$p_2$，…，$p_i$，…，$p_r$整除，根据引理 1，$(N-p)<N$ 时，$(N-p)$是素数，p和$(N-p)$是N的哥德巴赫素数。证毕。

换句话说，$N(p_1)\neq p(p_1)$，$N(p_2)\neq p(p_2)$，…，$N(p_r)\neq p(p_r)$时，p 是哥德巴赫素数。

### 3 举例。

例 1：N=130，p=13，17，19，23，29。哪些 p 是 130 的哥德巴赫素数？

$p_i$=2，3，5，7，11。130($p_i$)=0，1，0，4，9。

13($p_i$)=1，1，3，6，2。130(3)= 13(3)=1，13 不是 130 的哥德巴赫素数。

17($p_i$)=1，2，2，3，6。130(2)≠17(2)，130(3)≠17(3)，…，130(11)≠17(11)，17 是 130 的哥德巴赫素数。

19($p_i$)=1，1，4，5，8。130(3)= 19(3)=1，19 不是 130 的哥德巴赫素数。

23($p_i$)=1，2，3，2，1。130(2)≠23(2)，130(3)≠23(3)，…，130(11)≠23(11)，23 是 130 的

哥德巴赫素数。

29($p_i$)=1，2，4，1，7。130(2)≠29(2)，130(3)≠29(3)，…，130(11)≠29(11)，29 是 130 的哥德巴赫素数。

## 4 讨论。

单取一个(N−p)直接用引理 1 判断(N−p)是不是素数也很方便。但是，通过例 1 告诉我们一个计算哥德巴赫素数的方法，见《“1+1” 浅见之六：哥德巴赫素数的计算方法》。

## 参考文献

[1] 陈景润，初等数论，科学出版社，1978 年，6 页。

2010-07-16