Goldbach' Conjecture (3): Goldbach' Primes and Eratosthenes' sieve method

Tong Xin Ping

Abstract: By Eratosthenes' sieve method, we can obtain Goldbach' Primes.

“1+1”浅见之三：用 Eratosthenes 筛法得到哥德巴赫素数

童 信 平

1 用 Eratosthenes 筛法制作素数表。

最古老的筛法是二千多年前的希腊学者 Eratosthenes(公元前 276 年－公元前 195 年)首创的。这个方法主要用于构造素数表。今天用数轴和引理 1 复述 Eratosthenes 筛法时，请容许我作小小的变动。

N——偶数中的复合数。N＝4，6，8，10，......。

p_i、p_r、p_{r+1}——素数，$2\leqslant p_i\leqslant p_r<\sqrt{N}<p_{r+1}<N$ 。$i=1, 2, \cdots, r$ 。$r=\pi(\sqrt{N})$。

p——闭区间[p_r+1，$N-p_r-1$]内(以下简称闭区间)的素数。

哥德巴赫素数——满足哥德巴赫猜想的素数。即“1+1”的答案(解)。

引理 1　若n是一个合数，则n中含有不超过 $\sqrt{n}$ 的素因子。(证明略。)

根据引理 1，若要筛去数轴 ON 上的合数而得到不大于 N 的素数，只要在 p_i 处开始筛去间隔为 p_i 的正整数，并取 i=1～r 后，(也可以 i=r～1。)得到的就是数轴 ON 上 p_{r+1}～N 的素数。

2 用 Eratosthenes 筛法得到哥德巴赫素数。

引理 2　若$p= N(p_i)+ n\, p_i$，则所讨论的p都不是哥德巴赫素数。(见“1+1”浅见之二，推论 1。)

在数轴 ON 上得到不大于 N 的素数后，再从 N 开始，反方向筛去间隔为 p_i 的正整数，并取 i=1～r 后，(也可以 i=r～1。)得到的就是数轴 ON 的闭区间内的哥德巴赫素数。

大家知道，再从 N 开始，反方向筛去间隔为 p_i 的正整数，就是筛去以 N 为末项、p_i 为公差的等差数列 $N(p_i)+ n\, p_i$ 中的正整数，$N(p_i)+ n\, p_i$ 中的合数已经在第一章中筛去，不再计及；$N(p_i)+ n\, p_i$ 中的素数 $p=N(p_i)+ n\, p_i$ 是这一次要筛去的。根据引理 2，筛去的素数 $p=N(p_i)+ n\, p_i$ 不是哥德巴赫素数，留下的素数才是 N 的哥德巴赫素数。

3 讨论。

3.1 为什么留下的只是闭区间[p_r+1，$N-p_r-1$]内的哥德巴赫素数？

$N=p_i+(N-p_i)=p+(N-p)$，如果 $N=p_i+(N-p_i)$是一对哥德巴赫素数，将在反向 Eratosthenes 筛法时被筛去，正、反向 Eratosthenes 筛法留下的是 $N=p+(N-p)$中的哥德巴赫素数。

3.2 为什么不考虑 $N=p_i+(N-p_i)$中的哥德巴赫素数？

①实践证明，许多 N 的$(N-p_i)$都是合数，用 $N=p_i+(N-p_i)$充其量是证明某些 N 的哥德巴赫猜想成立。没有普遍意义。

②$(N-p_i)$是或者不是哥德巴赫素数的规律性更复杂一些，笔者还没有找到。

③p_i 的数量是 $r=\pi(\sqrt{N})$，$N\to\infty$时，$\pi(\sqrt{N})/\pi(N)\to 0$，$N=p_i+ (N-p_i)$中即使有哥德巴赫素数也可以忽略不计。

2010-07-10