

Goldbach' Conjecture (2): When the p is congruent to N modulo p_i ,

The p is not Goldbach' Primes

Tong Xin Ping

Abstract: When the p is congruent to N modulo p_i , the p is not Goldbach' Primes.

“1+1” 浅见之二：如何判断素数 p 不是 “1+1” 的解

童 信 平

1 符号说明。

在《“1+1” 浅见之一》中，我们用 P 表示不大于 N 的素数，下面作进一步的规定。

N——偶数中的复合数。N=4, 6, 8, 10, ……。N 不大于 50 时，需要用实验证明“1+1”有解；N \geq 50 时，可以用某些方法证明“1+1”有解，有关问题将在以后的浅见中说明。

p_i, p_r, p_{r+1} ——素数， $2 \leq p_i \leq p_r < \sqrt{N} < p_{r+1} < N$ 。 $i = 1, 2, \dots, r$ 。 $r = \pi(\sqrt{N})$ 。

p ——闭区间 $[p_{r+1}, N-p_{r+1}]$ 内(以下简称闭区间)的素数。

$N(p_i)$ ——用 p_i 去除 N 所得到的余数。 $N = N(p_i) + n' p_i$ ， $0 \leq N(p_i) \leq (p_i - 1)$ 。

$p(p_i)$ ——用 p_i 去除某一个 p 所得到的余数。 $p = p(p_i) + n'' p_i$ ， $1 \leq p(p_i) \leq (p_i - 1)$ 。

$N(p_i) + np_i$ ——以 N 为末项、 p_i 为公差的等差数列。

根据以上规定， $N = p_i + (N - p_i) = p + (N - p)$ 。此时， $(N - p)$ 或者是一个素数，或者是一个合数，两者必居其一。我们讨论 $(N - p)$ 。

2 引理、定理、推论。

引理 1 若 $N \equiv p \pmod{p_i}$ ，则 $(N - p)$ 是合数。

证明 $N = N(p_i) + n' p_i$ ， $p = p(p_i) + n'' p_i$ ，今 $N \equiv p \pmod{p_i}$ ，可知 $N(p_i) = p(p_i)$ 。 $(N - p) = (N(p_i) + n' p_i) - (p(p_i) + n'' p_i) = (n' - n'') p_i$ ，因为 $(n' - n'') > 1$ ，(若 $(n' - n'') = 1$ ，则 $(N - p) = p_i$ ，它是 p 之外的素数，属于 $N = p_i + (N - p_i)$ 的讨论对象。)故 $(N - p)$ 是合数。证毕。

定理 1 若 $N \equiv p \pmod{p_i}$ ，则 p 不是 N 的“1+1”的答案。

证明 $N \equiv p \pmod{p_i}$ ，根据引理 1， $(N - p)$ 是合数。 $N = p + (N - p) = p + \text{合数}$ ，故 p 不是 N 的“1+1”的答案。证毕。

推论 1 若 $p = N(p_i) + n p_i$ ，则所讨论的 p 都不是“1+1”的答案。

证明 $p = N(p_i) + n p_i$ ，此时， $N \equiv p \pmod{p_i}$ ，根据定理 1，所讨论的 $(N - p)$ 都是合数，或者说，所讨论的 p 都不是“1+1”的答案。证毕。

3 举例。

例 1: $N=130$, $p_i=2, 3, 5, 7, 11$ 。 $130(p_i)=0, 1, 0, 4, 9$ 。 $p=13 \sim 113$ 。

当 $p=1+3n=13, 19, 31, 37, 43, 61, 67, 73, 79, 97, 103, 109$ 时，都不是“1+1”的解。

当 $p=0+5n$ 时，无解。

当 $p=4+7n=53, 67, 109$ 时，都不是“1+1”的解。

当 $p=9+11n=31, 53, 97$ 时，都不是“1+1”的解。

筛去上述素数后留下的素数 17, 23, 29, 41, 47, 59, 71, 83, 89, 101, 107, 113 都是“1+1”的解。

例 2: $N=128$, $p_i=2, 3, 5, 7, 11$ 。 $128(p_i)=0, 2, 3, 2, 7$ 。 $p=13 \sim 113$ 。

当 $p=2+3n=17, 23, 29, 41, 47, 53, 59, 71, 83, 89, 101, 107, 113$ 时，都不是“1+1”的解。

当 $p=3+5n=13, 23, 43, 53, 73, 83, 103, 113$ 时，都不是“1+1”的解。

当 $p=2+7n=23, 37, 79, 107$ 时，都不是“1+1”的解。

当 $p=7+11n=29, 73$ 时，都不是“1+1”的解。

筛去上述素数后留下的素数 19, 31, 61, 67, 97, 109 都是“1+1”的解。

4 讨论。

笔者浅见：理论上可以为偶数哥德巴赫猜想的解(简称为哥德巴赫素数)建立相关的定理，如定理 1。

如果我们如此这般地、由浅入深地讨论“1+1”，哥德巴赫素数的有关证明就会出现在灯火阑珊处。例如，通过例 1 和例 2 可以看出：

①淘汰 $N(p_i)+n p_i$ 中的素数可以得到闭区间内的全部哥德巴赫素数，它是在数轴上正、反方向运用 Eratosthenes 筛法得到的，见《“1+1”浅见之三》。

② $N(p_i)+n p_i$ 中重复出现的素数是可以逐步淘汰法消除的。这就是说，可以像建立素数个数的筛法公式那样建立哥德巴赫素数个数的筛法公式，见《“1+1”浅见之四》。

2010-07-09