

Goldbach' Conjecture (1): Goldbach' Primes are Symmetric Primes

Tong Xin Ping

Abstract: When $n/2 + x$ and $n/2 - x$ or y and $y + (N-y)$ are primes, they are Goldbach' Primes. Put it another way, The Goldbach' Primes are symmetric primes.

“1+1” 浅见之一：偶数哥德巴赫猜想的表述方法

童信平

1 “1+1” 的由来。

哥德巴赫猜想(A)也称偶数哥德巴赫猜想。简称“1+1”。

1742年6月7日，时任普鲁士驻俄罗斯公使的哥德巴赫给欧拉去了一封信。信中认为，每一个奇数或者是一个素数，或者是三个素数之和。

同年的6月30日，欧拉回信说：“任何大于6的偶数都是两个奇素数之和。虽然我还不能证明它，但我确信无疑认为它是完全正确的定理。”

从此，哥德巴赫猜想不胫而走，数不清的人受它的迷惑而甘愿殚思竭虑、搜索枯肠、耗尽毕生精力。

2 “1+1” 的表述方法。

2.1 算术语言。

大致有以下几种说法：

“大于4的偶数都是两个奇素数之和。”

“大于等于6的偶数都是两个奇素数之和。”

“每一个不小于6的偶数都是两个奇素数之和。”

考虑到素数的奇偶性等，关于“1+1”的表述，笔者的浅见是：“偶复合数都可以写成两个素数之和。”

2.2 分析语言。

哈代—李特伍德猜想(A)指出了“1+1”的表法个数(答案数量、解数)可以用公式(1)计算。

$$(1) \quad r_2(N) \sim \frac{2N}{\ln^2 N} \prod_{p>2} \left(1 - \frac{1}{(p-1)^2}\right) \prod_{\substack{p|N \\ p>2}} \frac{p-1}{p-2} \sim 1.3202 \frac{N}{\ln N \ln N} \prod_{\substack{p|N \\ p>2}} \frac{p-1}{p-2}$$

根据素数定理， $N \rightarrow \infty$ 时， $\pi(N) \sim \frac{N}{\ln N}$ ，因此有 $\frac{2\pi(N)\pi(N)}{N} \sim \frac{2N}{\ln^2 N}$ ，前者是参变量，后者只是参变量的近似值。换句话说，笔者的浅见是：从理论上讲，公式(1)应该弃用近似值而用其确切的参变量。即用公式(1A)表示。

$$(1A) \quad r_2(N) \sim \frac{2\pi(N)\pi(N)}{N} \prod_{3 \leq p \leq \sqrt{N}} \left(1 - \frac{1}{(p-1)^2}\right) \prod_{\substack{p|N \\ 3 \leq p \leq \sqrt{N}}} \frac{p-1}{p-2}$$

公式(1)简单、方便。公式(1A)精确、繁琐。(精确无误的 $\pi(N)$ 的筛法公式很繁琐。)

2.3 分布语言。

素数分布还有更简洁的、概括性的语言，例如，素数分布具有无限性、不均匀性、稀疏性、奇偶性等等，笔者的浅见是：“1+1”反映的是素数分布的对称性。

素数分布的对称性可以有两种说法：

A, 边缘对称。

在数轴ON上，距离数轴ON两端等距离处，分布着一些对称的素数。 $N = P + (N - P)$ ，即素数P、(N-P)可以是一对素数。

B, 中心对称。

在数轴 ON 的中点 $\frac{N}{2}$ 两侧，分布着一些对称的素数。 $N = (\frac{N}{2} - x) + (\frac{N}{2} + x)$ ，即 $(\frac{N}{2} - x)$ 与 $(\frac{N}{2} + x)$ 可以是一对素数。当 $\frac{N}{2}$ 是奇数时， x 是偶数；当 $\frac{N}{2}$ 是偶数时， x 是奇数。

从边缘对称或中心对称出发，得到的是“1+1”解数的两种计算公式。

3 小结。

全面地了解偶数哥德巴赫猜想的表述方法，有助于我们用不同的方法去证明它。

2010-07-04