The improved of The Chen Jing Run Theorem

Tong Xin Ping

Abstract. Chen Jing Run proved that "On the representation of a large even integer as the sum of a prime and the product of at most two primes" and lower bound estimations of the number of solutions. Jiang Chun Xuan, Tong Xin Ping proved that "An even integer as the sum of a prime and the product of two primes" and compute formula of the number of solutions. This paper compares the accuracy of the three formulas

表 $N=p_a+p_bp_c$ 的三种答案数量的计算公式的比较分析

童 信 平

txp1313abc@hotmail.com

摘要 $N=p_a+p_bp_c$，出现了三种答案数量的计算公式，本文对它们进行比较分析。

关键词 陈氏定理 答案数量 计算公式 比较

大于 10 的偶数可以表为一个素数及二个素数乘积之和。即 $N=p_a+p_bp_c$。简称“1+1 × 1”。

对于“1+1 × 1”的答案数量(解数)，笔者收集了三种计算公式，本文从实验中进行比较分析。

1 三种“1+1×1”解数的计算公式。

N——大于 10 的偶数。

p_i——素数。$p_i<\sqrt{N}$。$p_i=p_1$，p_2，…，p_i，…，p_r。$i=1$，2，…，r。$r=\pi(\sqrt{N})$。

N(1,2)——“1+1×1”的解数。

(1) $$N(1,2)>0.62\frac{N}{\ln N\ln N}\prod_{3\le p\le\sqrt{N}}\left(1-\frac{1}{(p-1)^2}\right)\prod_{\substack{p|N\\3\le p\le\sqrt{N}}}\frac{p-1}{p-2}$$

(2) $$N(1,2)\sim\frac{N}{\ln N\ln N}\frac{N}{\ln N}\prod_{3\le p\le\sqrt{N}}\left(1-\frac{1}{(p-1)^2}\right)\prod_{\substack{p|N\\3\le p\le\sqrt{N}}}\frac{p-1}{p-2}\left(1+o(1)\right)$$

(3) $$N(1,2)\sim\frac{2\pi(N)\pi(N)}{N}\prod_{3\le p\le\sqrt{N}}\left(1-\frac{1}{(p-1)^2}\right)\prod_{\substack{p|N\\3\le p\le\sqrt{N}}}\frac{p-1}{p-2}\sum_{\substack{p\nmid N\\3\le p\le\sqrt{N}}}\frac{(p-1)}{p(p-2)}+\sum_{\substack{p\nmid N\\3\le p\le\sqrt{N}}}\left(\triangle_{(p)}-\triangle_{(pp)}\right)$$

公式(1)是“陈景润定理”(“1+2”)的下界估计，本文把它视为“1+1 × 1”的理由有五：

①国外有人确实是这样肯定的：“陈证明了偶数都是一个素数及二个素数乘积之和。例如，18 等于 3 加 3×5。也就是 N 等于 p_1 加 $p_2\times p_3$。”[1]

②王元院士在数学所举办的记者招待会上说：“陈景润从未去证明 1+1，甚至都没想过自己能证明 1+1。”[2]由此可见，“1+2”中没有“1+1”，只有“1+2” = “1+1 × 1”。

③“陈景润定理”的标题是：“大偶数表为一个素数及一个不超过二个素数的乘积之和。”认真地说，因为数 1 不是素数，“素数的乘积”只能是指“素数 × 素数 = 合数”，而不可能指什么“素数 × 数 1 = 素数”，所以，“不超过二个素数的乘积”只能指、也仅仅是指“一个素数 × 一个素数”，该命题其实也就是“1+1 × 1”。换句话说，“不超过”是由 Brun 创造的贯穿于命题“a+b”、“1+b”研究始终的混淆视听的虚词，“1+2”研究的只不过是“1+1 × 1”研究。(“1+3”

研究的也是“1+1×1×1”而已。)

④陈指的是“大偶数”，“大偶数”究竟有多大？王元说是$>10^{1000}$，陈景润说是$>10^{10000}$，更有人说是$>10^{4008600}$。现代的计算机是无法给出这些“大偶数”和相关的大素数的，所以，①已经推广到小偶数了。科普作品中也是隔靴搔痒说一些小偶数，与其这样，不如在小偶数中体会一下陈的“1+2”(即“1+1×1”)的可行性，以小见大，不失为一种方法。

⑤潘承洞院士和潘承彪教授说：“(陈景润定理的)系数值，可能要大于 2 才会有价值。”[3] 他们说的系数值是指公式(1)中的 0.62，(后来提高到 0.87。)这里不妨用实验来验证这种说法。

公式(2)是蒋春暄先生给出的，其中的$\dfrac{N}{\ln N}$让人心存疑虑，答案数量会不会因此而大大超过实际数量？也不妨在实验中体会一下。

公式(3)是笔者得到的，它显示了 p_i 不能整除 N 时对答案数量的影响。(N⩾50 时，必有 p_i 不能整除 N。)让我们先从实验来认识它。

实验只考虑主项，不考虑副项$\sum(\triangle_{(p)}-\triangle_{(pp)})$等。

2 三种“1+1×1”解数的计算公式的实验验证。

实验取 8 组相邻近的偶数，每一组偶数中，一个偶数存在多个 p_i 能整除 N；(为方便区分，称为 A 类偶数。例如，210、2310、4620、9240 等。)另外一个偶数存在多个 p_i 不能整除 N。(为方便区分，称为 B 类素数。例如，256、2308、4622、9242 等。)这样就可以比较明显地看出 p_i 不能整除 N 时所产生的影响。实验结果见表 1。

表 1

N	实际答案数量	式(1)的计算值	式(1)的精确度	式(2)的计算值	式(2)的精确度	式(3)的计算值	式(3)的精确度
210	6	9.79	1.63222	620.35	103.39	8.01	1.33576
256	22	3.4	0.15768	258.31	11.74	19.75	0.89752
2310	110	56.3	0.51050	27066.8	246.05	99.73	0.90660
2308	119	15.81	0.13289	7601.9	63.87	108.9	0.91520
4620	167	94.69	0.56701			179.46	1.07460
4622	202	26.64	0.13188			188.45	0.93292
9240	333	161.6	0.48524			365.94	1.09893
9242	346	45.45	0.13137			329.75	0.95303
18480	681	278.2	0.40967			708.15	1.03986
18482	627	78.47	0.12515			585.87	0.93440
30030	1038	448.9	0.43250	2109050	2031.8	1063.1	1.02413
30032	959	186.7	0.19467	543801.4	576.1	872.75	0.91007
60060	2089	788.1	0.37924			2053.8	0.98316
60058	1617	203.2	0.12564			1575.5	0.97434
120120	4341	1394.6	0.32126			3848.1	0.88645
120128	3108	359.56	0.11569			2807.2	0.90322
		精确度	→0	精确度	→∞	精确度	待论证

从表 1 可以看出：

①公式(1)的 A 或 B 类的精确度像是坡子的两条腿有高有低，A 类略高，总的来说，精确度的趋向是接近于零。不过，原文章的宗旨是“下界估计”，虽然粗糙，(参变量揭露得不充分，把未发现的参变量简单地用“系数值”来处理。)也还说得过去。

②公式(2)的精确度在 A 或 B 类中是不一样的，A 类偏高，总的来说，精确度的趋向会是无限大，这是一个不切实际的失败的公式。

③公式(3)揭露了公式(1)和(2)未表示的参变量 $2\sum\frac{(p-1)}{p(p-2)}$，此值是使 A 和 B 类的精确度比较接近。潘承洞院士和潘承彪教授笼统地称此值为“系数值”而且要大于 2 才会有价值有失偏颇。事实上，“系数值” = 2，这是推导出第一个$\prod$时的必然产物。第二个$\prod$和$\sum$则是取决于具体的 N 中有多少个 p_i 能整除 N 和多少个 p_i 不能整除 N。这些问题将在《大于 10 的偶数都可以表为一个素数及二个素数乘积之和》中讨论。

参考文献

[1] Anjana Ahuja ，价值百万的数学之谜，数学译林，2000，6。
[2] 四平日报，1992，03，03，3 版。(摘自《中国青年报》。)
[3] 潘承洞、潘承彪，哥德巴赫猜想，科学出版社，1981 年，237 页。

2010，03，14。